

УДК 534.01:359.6

ИЗГИБ ПОДВОДНОГО ТРУБОПРОВОДА ПРИ ПОДЪЕМЕ

© 2025 г. М. А. Ильгамов^{a, b, c, *}

^aИнститут машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

^bИнститут механики и машиностроения КазНЦ РАН, Казань, Россия

^cИМех УФИЦ РАН, Уфа, Россия

*E-mail: ilgamov@anrb.ru

Поступила в редакцию 25.10.2024 г.

После доработки 16.11.2024 г.

Принята к публикации 17.11.2024 г.

Рассматривается изгиб обетонированного трубопровода большой длины при подъеме его участка до свободной поверхности водоема. Начальное положение трубопровода на горизонтальном основании является прямолинейным. Его статический изгиб происходит под действием сосредоточенных сил, собственного веса трубы и транспортируемой среды, подъемной силы воды. Определяется минимальное потребное значение подъемной силы и соответствующая длина поднятого участка длинного трубопровода. С учетом большого отношения этой длины к глубине водоема используется линейное уравнение изгиба. Дается анализ изгиба в зависимости от контролируемой подъемной силы и контролируемого подъема трубопровода.

Ключевые слова: трубопровод, подъем, сосредоточенные силы, длина поднятого участка

DOI: 10.31857/S1026351925030023, EDN: AYZOUD

1. Введение. Изгиб подводного трубопровода, находящегося на дне водоема, возникает вследствие геологических сдвигов, подъема, опускания грунта, а также при подъемно-спусковых работах по ремонту, профилактике, укладке его с борта судна, при всплытии и т.д. Изгиб возможен в результате донных течений, температурных удлинений, что вызывает выпучивание трубы [1–3]. В целом отметим, что больше изучено статическое поведение и меньше – вопросы колебаний и ударных нагружений трубопроводов.

Следует отметить, что задачи изгиба, связанные с подъемно-спусковыми операциями, возникают и в отношении подводных кабелей [4]. Считается, что в настоящее время общая длина только волоконно-оптических кабелей имеет порядок 10^6 км. Укладка и подъем их производятся по той же схеме, что и трубопроводов. В год происходит около 200 повреждений кабелей, для ремонта которых в мире содержится более 80 судов.

Анализ разных аспектов статического изгиба трубопроводов и кабелей содержится в большом количестве исследований. Сюда можно отнести, например, работы [5–16]. Используются аналитические и численные методы. Работа [12] посвящена экспериментальному исследованию. При рассмотрении выпучивания трубы учитывается первоначальный изгиб, обусловленный рельефом дна водоема [8, 11, 15]. Влияние компенсаторов перемещений на выпучивание трубопроводов рассматривается в работе [16]. Пространственная деформация трубопровода изучена в [17]. В работе [6] рассматривается статический нелинейный изгиб и выпучивание сверхпроводящего кабеля, представляющего трубку с концентрическими слоями. Учитывается давление и скорость прокачивания жидкого азота по внутренней трубке.

Обзор исследований изгиба трубопроводов содержится в работе [18].

Сильный изгиб трубопровода в процессе укладки на морское дно с борта судна изучен в работе [9]. Нелинейный изгиб длинного трубопровода под действием сосредоточенной силы рассмотрен в [7]. Всплытие подводного трубопровода также сопровождается изгибом [15, 20]. В работе [21] представлен нелинейный анализ подъема трубопровода полубесконечной длины с закрытым свободным концом двумя сосредоточенными силами при разных расстояниях между ними.

Во всех указанных работах предполагается, что при изгибе круговая форма поперечного сечения сохраняется, плоскость сечения остается плоской и перпендикулярной к осевой линии. При этих предположениях линейное уравнение изгиба относительно функции прогиба $w(x)$ имеет вид [20]:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \pi \left(p_g R_g^2 - p_f R_f^2 \right) \frac{d^2 w}{dx^2} = -q, \quad (1.1)$$

где D и q — изгибная жесткость и поперечная распределенная сила, R_g , R_f — радиусы внутренней и внешней поверхностей, p_g и p_f — давления внутренней и внешней сред.

В работе [22] показано, что в условиях давлений p_g , p_f порядка 0.1 МПа можно пренебречь вторым членом в (1.1) по сравнению с первым. При этом длина поднятого участка выражается через подъемную силу P и эффективный вес q формулой:

$$L = \frac{3P}{4q}, \quad (1.2)$$

а максимальный прогиб равен

$$W = \frac{0.0044 P^4}{Dq^3}. \quad (1.3)$$

Как известно, прогиб балки на двух опорах, расстояние между которыми остается постоянным, выражается через эти действующие силы как P/q . В данной задаче, где расстояние между опорами изменяется в соответствии с (1.2), имеется сильная зависимость прогиба от поперечных сил.

В настоящей работе рассматривается подъем длинного трубопровода тремя поперечными сосредоточенными силами, что имеет место практически [1–3]. Случай подъемных сил более одной сильно усложняет задачу. Для ее решения здесь принимается определенное соответствие между этими силами и заданные расстояния между ними. Дается анализ поведения трубопровода в случаях контролируемых подъемных сил и контролируемого подъема, в частности до поверхности водоема.

2. Постановка задачи. Эффективный вес единицы длины трубопровода, состоящего из трех концентрических слоев с площадями поперечного сечения F_1, F_2, F_3 и удельными весами ρ_1, ρ_2, ρ_3 , с удельными весами внутренней и внешней сред ρ_g, ρ_f и соответствующими площадями поперечного сечения F_g, F_f , равен

$$q = \rho_1 F_1 + \rho_2 F_2 + \rho_3 F_3 + \rho_g F_g - \rho_f F_f. \quad (2.1)$$

Общая изгибная жесткость трубопровода с модулями упругости E_1, E_2, E_3 слоев с толщинами h_1, h_2, h_3 равна

$$D = E_1 J_1 + E_2 J_2 + E_3 J_3, \quad 4J_1 = F_1 \left((R_g + h_1)^2 + R_g^2 \right), \quad (2.2)$$

$$4J_2 = F_2 \left((R_g + h_1 + h_2)^2 + (R_g + h_1)^2 \right), \quad 4J_3 = F_3 \left(R_f^2 + (R_f - h_3)^2 \right).$$

Длинный трубопровод до приложения внешних сил покоится на горизонтальном дне водоема глубиной H . Подъем его происходит под действием трех сосредоточенных сил, причем две одинаковые силы P_2 находятся на двух сторонах от силы P_1 на расстояниях l (рис. 1). Начало оси x совмещено с местом действия центральной силы P_1 . Ось z и функция прогиба $w(x)$ являются положительными в направлении вверх. Изгиб происходит симметрично относительно точки $x = 0$. Поэтому рассмотрим изгиб только правой части длиной L под действием сосредоточенных сил $P_1/2, P_2$ и эффективного веса q (2.1). Функции прогиба при $0 \leq x \leq l$ и $l \leq x \leq L$ обозначим через w_1 и w_2 .

Принимаем следующие условия на концах поднятого участка:

$$\begin{aligned} \frac{dw_1}{dx} &= 0, \quad \frac{d^3 w_1}{dx^3} = \frac{P_1}{2D} \quad (x = 0), \\ w_2 &= 0, \quad \frac{dw_2}{dx} = 0 \quad (x = L). \end{aligned} \quad (2.3)$$

В точке действия сосредоточенной силы P_2 ставятся условия равенства прогибов, углов поворота, изгибающих моментов и перерезывающих сил:

$$\begin{aligned} w_1 &= w_2, \quad (x = l), \\ \frac{dw_1}{dx} &= \frac{dw_2}{dx}, \quad \frac{d^2 w_1}{dx^2} = \frac{d^2 w_2}{dx^2}, \quad \frac{d^3 w_1}{dx^3} + \frac{P_2}{D} = \frac{d^3 w_2}{dx^3}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

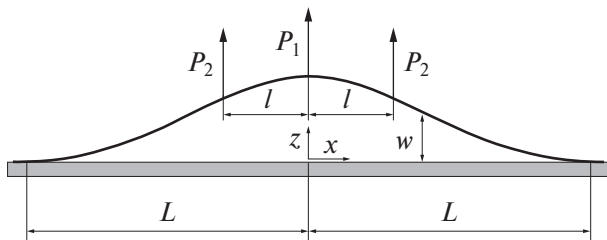


Рис. 1. Схема подъема длинного трубопровода сосредоточенными силами.

Установлено [20, 22], что для глубин H порядка 10 м и реальных обетонированных трубопроводов отношение $L/H \geq 10$. Таким образом, функция прогиба $w(x)$ представляет собой пологую кривую, и для качественного анализа может быть использовано линейное уравнение изгиба (1.1). При подстановке функции $w(x) = \sin \pi x$ в (1.1) видно, что первый член и член с коэффициентом $\pi p_f R_f^2$ являются положительными, а с коэффициентом $\pi p_g R_g^2$ — отрицательным. Таким образом, внешнее давление на трубу повышает ее эффективную изгибную жесткость, а внутреннее давление — понижает. Как указано выше, если p_g, p_f величины порядка 0.1 МПа, то второй член в (1.1) можно не учитывать. Это допущение принимается в данной статье. Решения уравнения (1.1) без второго члена в левой части имеют вид:

$$w_i = d_i + c_i x + \frac{b_i x^2}{2} + \frac{a_i x^3}{6} - \frac{q x^4}{24 D} \quad (i = 1, 2). \quad (2.5)$$

где $i = 1$ относится к участку $0 \leq x \leq l$, а $i = 2$ — к участку $l \leq x \leq L$.

Подъем трубопровода может осуществляться несколькими силами. Тогда равенства (2.4) ставятся для участков i и $i + 1$ при $i \geq 2$.

Определив константы a_i, b_i, c_i, d_i из условий ((2.3), (2.4)), получаем следующие решения для участков трубопровода слева и справа от места приложения силы P_2 :

$$\begin{aligned} \frac{24 D w_1}{L^3} &= P_1 + 2 P_2 \left(1 - \frac{3 l^2}{L^2} + \frac{2 l^3}{L^3} \right) - 3 \left(P_1 + 2 P_2 \left(1 - \frac{l}{L} \right)^2 \right) \frac{x^2}{L^2} + \\ &+ 2 P_1 \frac{x^3}{L^3} - q L \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right)^2 \quad (0 \leq x < l), \\ \frac{24 D w_2}{L^3} &= P_1 + 2 P_2 \left(1 - \frac{3 l^2}{L^2} \right) + 12 P_2 \frac{l^2 x}{L^3} - 3 \left(P_1 + 2 P_2 \left(1 + \frac{l^2}{L^2} \right) \right) \frac{x^2}{L^2} + \\ &+ 2 (P_1 + 2 P_2) \frac{x^3}{L^3} - q L \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right)^2 \quad (l \leq x \leq L). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Если сила P_2 также действует в точке $x = 0$, что и P_1 ($l = 0$), то левый участок от силы P_2 исчезает (рис. 1). В этом случае нужно пользоваться только

вторым решением w_2 в (2.6), хотя и первое решение w_1 имеет ненулевой член при $x = 0$. Таким образом,

$$\frac{24Dw_2}{L^3} = (P_1 + 2P_2) \left(1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \right) - qL \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right)^2 \quad (0 \leq x < L). \quad (2.7)$$

При действии только одной силы P_1 ($P_2 = 0$, $l \neq 0$) справедливо решение (2.7), в котором нужно положить $P_2 = 0$. В этом частном случае исчезают члены в (2.6), содержащие длину l . Такой случай изгиба рассмотрен в статье [22].

Определение прогибов w_1 и w_2 по (2.6) и (2.7) при заданных входных параметрах q и D (2.1), (2.2) и условиях (2.3), (2.4) для заданной длины L представляет собой прямую задачу изгиба трубопровода под действием эффективного веса q и подъемных сил P_1 , P_2 и известным расстоянием l . Однако длина L поднятой части длинного трубопровода не является фиксированной и не может быть задана независимо от других параметров. Условия $w_2 = 0$, $dw_2/dx = 0$ ($x = L$) ставятся в точке, положение которой неизвестно. По найденным решениям (2.6), (2.7) нельзя определить прогиб. Таким образом, постановка только прямой задачи не позволяет определить напряженно-деформированное состояние длинного трубопровода при его подъеме. Вопрос о точном определении длины L является важным, так как в решения (2.6), (2.7) L входит в третьей и четвертой степенях.

При заданных параметрах q , D , а также заданных сосредоточенных силах и расстоянии между ними или заданном подъеме, например точки $x = 0$ (стрела подъема), определение длины L поднятого участка трубопровода представляет собой обратную задачу. Прямая задача при принятых выше допущениях является линейной, обратная задача, как правило, приводит к нелинейным соотношениям. Итак, в анализе напряженно-деформированного состояния трубопровода при его подъеме необходимо сначала определить длину поднятого участка. После этого анализ можно проводить при заданных (контролируемых) подъемных силах или заданной стреле подъема. В первом случае осуществляется приборное контролирование (например, динамометрами) сил P_1 и P_2 . Тогда по формулам (2.6) определяется прогиб (далее деформации и напряжения). Во втором случае контролируется высота подъема точки $x = 0$. Например, при укладке трубопровода с борта судна известна величина $W_1 = H + H_1$, где H — глубина водоема, H_1 — высота борта судна. При этом соответствующие силы P_1 и P_2 определяются из (2.6) (величина L предполагается известной).

3. Длина поднятой части. Для определения длины поднятой части L длинного трубопровода можно исходить из выражения полной потенциальной энергии [23]. В рассматриваемой задаче оно имеет вид:

$$\Pi = \frac{D}{2} \left(\int_0^l \left(\frac{d^2 w_1}{dx^2} \right)^2 dx + \int_l^L \left(\frac{d^2 w_2}{dx^2} \right)^2 dx \right) + q \left(\int_0^l w_1 dx + \int_l^L w_2 dx \right) - \frac{P_1}{2} W_1 - P_2 W_2, \quad (3.1)$$

где $W_1 = w_1(0)$, $W_2 = w_2(L)$ — значения прогибов в местах приложения сосредоточенных сил P_1 и P_2 , следующие из (2.6). Ввиду симметрии картины

относительно точки $x = 0$ в соответствии с условием в (2.3) учитывается работа силы $P_1/2$.

Устойчивое изогнутое состояние трубопровода реализуется при такой длине L его подъема, определяемой из условия $\partial\Pi/\partial L = 0$. В случае $P_2 = 0$, $l = 0$ в статье [22] показано, что из этого условия длина L определяется по выражению (1.2). Этот результат получен также из требования минимум подъемной силы P_1 .

При $P_1 \neq 0$, $P_2 \neq 0$, $l \neq 0$ оба эти условия приводят к алгебраическому уравнению относительно L в высокой степени. Здесь предлагается подход, более простой в вычислительном отношении. Он состоит в определении такой длины L подъема трубопровода, когда при заданных входных параметрах получается максимальная стрела подъема (под силой P_1 , $x = 0$). Из (2.6) получаем при $x = 0$:

$$24DW_1 = P_1 L^3 + 2P_2 (L^3 - 3l^2 L + 2l^3) - qL^4. \quad (3.2)$$

С учетом (3.2) условие $\partial W_1/\partial L = 0$ приводит к уравнению:

$$L^3 - L_1 L^2 + L_2 l^2 = 0, \quad L_1 = \frac{3(P_1 + 2P_2)}{4q}, \quad L_2 = \frac{3P_2}{2q}, \quad (3.3)$$

где L_1 представляет собой длину поднятого участка трубопровода при $l = 0$ (тогда силы P_1 , P_2 приложены в точке $x = 0$). Значение L_1 при $P_2 = 0$ совпадает с (1.2).

Отношение третьего члена в (3.3) ко второму равно $(L_2/L_1)(l/L)^2$. Как будет видно из дальнейшего, длина L значительно больше, чем расстояние l между силами P_1 и P_2 в практически важных случаях. Значение l диктуется техническими условиями подъема трубопровода.

В силу сказанного приближенное решение уравнения (3.3) представим в виде суммы $L = L_1 + \varepsilon$, где величиной ε учитывается ненулевое значение l . Подставив эту сумму в (3.3) и сохраняя члены с ε и ε^2 , получаем уравнение $2L_1 \varepsilon^2 + L_2 l^2 = 0$. Его корень, имеющий физический смысл, равен $\varepsilon \approx -L_2 l^2 / L_1^2$. Поэтому длина поднятого участка длинного трубопровода определяется формулой:

$$L = L_1 - \frac{L_2 l^2}{L_1^2} = \frac{3(P_1 + 2P_2)}{4q} - \frac{8qP_2 l^2}{3(P_1 + 2P_2)^2}. \quad (3.4)$$

При $l = 0$ длина L прямо пропорциональна сумме подъемных сил $P_1/2$ и P_2 и обратно пропорциональна весу трубопровода единичной длины. В соответствии с (3.4) при фиксированных значениях сил $P_1/2$ и P_2 наличие расстояния l между ними приводит к некоторому уменьшению L (пропорционально l^2/L_1^2). Такой результат представляется парадоксальным.

Как видно из рис. 1, с увеличением расстояния l приложения силы P_2 от точки $x = 0$ длина L должна также возрастать. Однако есть еще один фактор, влияющий на величину L . Из выражения для изгибающего момента на участке $l \leq x \leq L$ по (2.6)

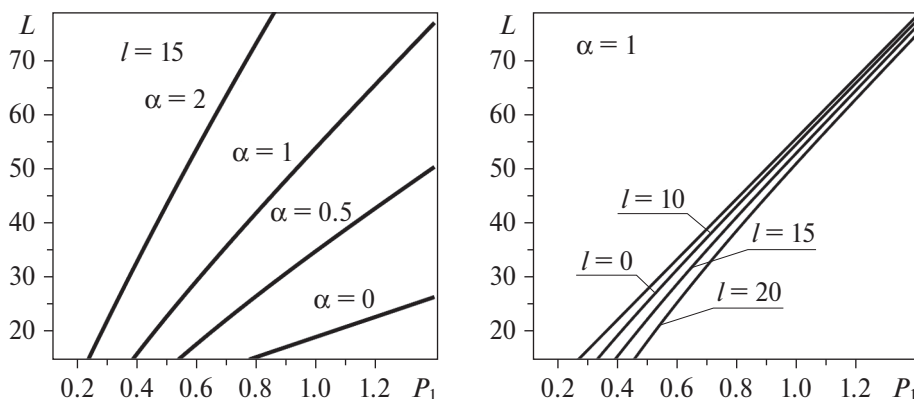


Рис. 2. Зависимость длины поднятого участка L (м) длинного трубопровода от сосредоточенных сил P_1 (МН) при разных отношениях α между ними и расстояниях l (м). В (3.6) принято $q = 500 \text{ кг/с}^2$.

$$D \frac{d^2 w_2}{dx^2} = - \left[P_1 + 2P_2 \left(1 + \frac{l^2}{L^2} \right) \right] \frac{L}{4} + (P_1 + 2P_2) \frac{x}{2} + \frac{q}{6} (L^2 - 3x^2) \quad (3.5)$$

видно, что его часть, зависящая от $P_2 l^2$, всегда уменьшает положительный момент, который возникает при удалении от мест приложения сил P_1 и P_2 ($x > l$). А это приводит к уменьшению прогиба и длины поднятой части. Причем это влияние больше, чем от перемещения силы P_2 вправо (от увеличения расстояния l). Отметим, что максимальный положительный изгибающий момент получается при $x > x_m$, где перерезывающая сила $Dd^3 w_2 / dx^3 = P_1 / 2 + P_2 - qx_m = 0$. Подставляя $x = x_m = P_1 / (2q) + P_2 / q$ в (3.5), получаем значение максимального положительного момента:

$$D \frac{d^2 w_2}{dx^2} = - \left[P_1 + 2P_2 \left(1 + \frac{l^2}{L^2} \right) \right] \frac{L}{4} + \frac{(P_1 + 2P_2)^2}{8q} + \frac{qL^2}{6},$$

откуда наглядно видно его уменьшение с возрастанием отношения $(l/L)^2$.

Для дальнейшего анализа принимается определенное отношение между силами: $P_2 = \alpha P_1$.

Рис. 2 построен по выражению (3.4), приведенному к виду:

$$L = \frac{3P_1(1 + 2\alpha)}{4q} \left(1 - \frac{p^2}{P_1^2} \right), \quad p^2 = \frac{32\alpha q^2 l^2}{9(1 + 2\alpha)^3}. \quad (3.6)$$

Как видно, с увеличением сил P_1 и $P_2 = \alpha P_1$ длина L возрастает. От расстояния l между ними длина L зависит слабо. Как уже было отмечено, при неизменных силах возрастание расстояния l приводит к некоторому уменьшению длины L (рис. 2).

Так как при получении решения (3.4) было использовано допущение о значительном превышении L над l , то на рис. 2 результаты в области малых

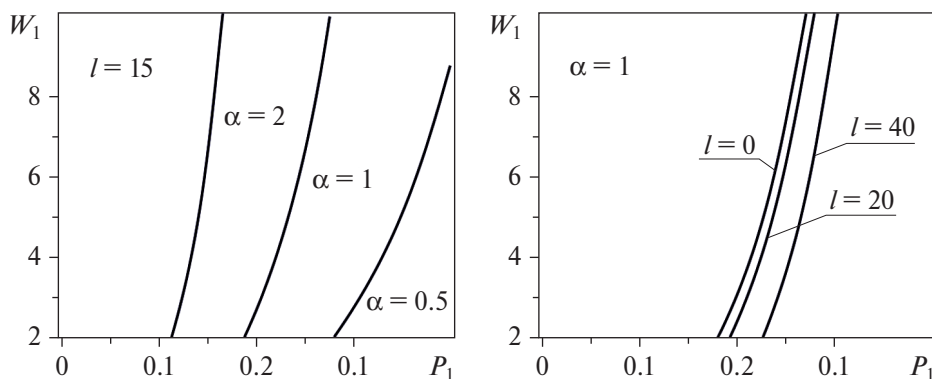


Рис. 3. Зависимость высоты подъема W_1 (м) точки $x = 0$ от подъемных сил P_1 (МН) и $P_2 = \alpha P_1$ при разных отношениях α между ними и расстояниях l (м). В (4.3) принято $D = 2 \times 10 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$.

значений L являются неточными. Таким образом, решение (3.4) и рис. 2 справедливы при относительно больших длинах L и соответствующих подъемных силах P_1 и P_2 , что имеет практическое значение. Если требуется определение подъема на начальной стадии (соответственно, при малых подъемных силах), то решение (3.4) должно быть пересмотрено.

4. Контролируемые подъемные силы и контролируемый подъем. В случае контролируемых сил при известных значениях эффективного веса q , сосредоточенных сил P_1 , P_2 и расстояния между ними l по (3.4), (3.6) определяется длина L подъема трубопровода. Это значение L подставляется в формулы (2.6) для определения прогиба. Стрела подъема W_1 определяется по первому выражению (2.6) при $x = 0$ или по (3.2).

В случае $l = 0$ из (3.3) следует выражение для длины:

$$L = \frac{3(P_1 + 2P_2)}{4q}, \quad (4.1)$$

а из (3.2) следует выражение стрелы прогиба:

$$W_1 = \frac{(P_1 + 2P_2)^4}{227q^3d}. \quad (4.2)$$

Из этого более простого случая видно, что длина поднятого участка длинной трубы прямо пропорциональна сумме подъемных сосредоточенных сил и обратно пропорциональна ее весу единичной длины. Стрела подъема прямо пропорциональна сумме сил в четвертой степени и обратно пропорциональна весу в третьей степени. Эти утверждения справедливы и в более общем случае (3.4), (3.2) с некоторой поправкой за счет ненулевого расстояния l между силами P_1 и P_2 .

Этот результат представляет существенную особенность рассматриваемой задачи. Как следует из (2.6), (3.2), в обычном случае заданной длины трубы

на двух опорах с неизменным расстоянием между ними прогибы w_1 , w_2 и их максимальные значения линейно зависят от приложенных поперечных сил q , P_1 , P_2 .

На рис. 3 дается зависимость стрелы прогиба $W_1 = w_1(0)$ по выражению (3.2), приведенному к виду:

$$W_1 = \frac{P_1}{24D} \left[(1 + 2\alpha)L^3 - 6\alpha l^2 \left(L - \frac{2}{3}l \right) \right] - \frac{qL^4}{24D}, \quad P_2 = \alpha P_1, \quad (4.3)$$

где численные значения параметров q , α , l такие же, как на рис. 2. Численные значения L из рис. 2 подставляются в (4.3). Результаты в нижней части рис. 3 носят приближенный характер, что было отмечено по поводу рис. 2. Можно также исключить L в (4.3) посредством выражения (3.6). При этом имеем:

$$\frac{10^2 q^3 DW_1}{(1 + 2\alpha)^4 P_1^4} = 1.75 \left(1 - \frac{p^2}{P_1^2} \right)^3 - 5.27 \frac{p^2}{P_1^2} \left(1 - \frac{p^2}{P_1^2} \right) - 1.32 \left(1 - \frac{p^2}{P_1^2} \right)^4. \quad (4.4)$$

Из (4.4) и выражения для p^2 (3.6) видно, что наибольший подъем в точке $x = 0$ заданными силами P_1 и $P_2 = \alpha P_1$ достигается при $p = 0$ ($l = 0$). Таким образом, выгоднее располагать силы P_1 и P_2 как можно ближе. Отметим, ограничение на меньшее расстояние l зависит от технических условий подъема.

Выше был указан далеко неочевидный эффект уменьшения длины подъема L при увеличении расстояния l между силами P_1 и P_2 . Дано объяснение его. Из (4.4) следует, что с увеличением l и соответствующего параметра p (3.6) происходит уменьшение стрелы подъема W_1 , что физически понятный результат.

Сильная зависимость стрелы прогиба W_1 от сосредоточенных сил P_1 и $P_2 = \alpha P_1$ (рис. 3) продемонстрирована также в статье [21], хотя в ней рассматривается подъем полубесконечного трубопровода с закрытым концом, в силу чего действует продольная сжимающая сила. Решение нелинейного уравнения изгиба получено численно. Поэтому в ней нет явных аналитических зависимостей типа (3.4)–(4.4).

Далее рассмотрим контролируемый подъем. Как было отмечено выше, примером данного режима является операция укладки трубопровода с борта судна, когда стрела подъема W_1 равняется сумме глубины водоема и высоты борта от поверхности воды. Более простой схемой экспериментальных исследований подъема длинной балки, стержня или трубы, находящихся на горизонтальной поверхности, также является фиксация точки $x = 0$ на определенной высоте (на опоре). При этом экспериментально определяется длина поднятого участка. Возникающая сосредоточенная сила P_1 является реакцией опоры и вычисляется по формулам (4.4).

При контролируемом подъеме W_1 из решения задачи, кроме длины подъема L , определяются подъемные силы P_1 и P_2 . Однако определение зависимости L от W_1 представляет большие трудности. Поэтому вместо попытки получить функции $L(W_1)$ и $P_1(W_1)$ можно строить графики, задаваясь значениями P_1 . Тогда для $P_1(W_1)$ получаются зависимости, представленные на рис. 3.

Такой подход применим, если в анализе подъемно-спусковых операций не требуется знание длины подъема L . В случае $l \ll L$ по (4.1), (4.2) эти зависимости представляются в виде:

$$L(W_1) = \left(\frac{72DW_1}{q} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad P_1(W_1) = \frac{4(72q^3DW_1)^{\frac{1}{4}}}{3(1+2\alpha)}. \quad (4.5)$$

Как видно из рис. 3, зависимость решения от расстояния l является слабой. Поэтому в практически важных случаях $l < L$ формулы (4.5) позволяют определить зависимость возникающих опорных реакций P_1 от стрелы подъема W_1 . При необходимости более точного определения $P_1(W_1)$ можно поступить как выше, вводя сумму $P_1 + \varepsilon(l)$, где P_1 принимается из (4.5), а ε находится из соответствующего линейного или квадратного уравнения.

Для более наглядной демонстрации зависимостей L и P_1 от исходных входных параметров рассмотрим равновесие круглой длинной стальной балки, находящейся на земной поверхности и приподнятой в одной точке на высоте W_1 . Этот пример является наиболее неблагоприятным с точки зрения применимости изложенной здесь теории, так как вес q является относительно большим из-за сплошного сечения и отсутствия выталкивающей силы воды. В силу этого в соответствии с (3.6), (4.1) длина L уменьшается, отношение W_1/L и угол поворота сечения возрастают. При этом применение линейного уравнения изгиба приводит к искаженным результатам.

Учитывая, что $\alpha = 0$, $q = \pi \rho_1 R^2$, $D = \pi E_1 R^4/4$, имеем из (4.5):

$$L = 2.06(\rho_1^{-1} E_1 R^2 W_1)^{\frac{1}{4}}, \quad P_1 = 2.75 R^2 (\pi^2 \rho_1^3 E_1 R^2 W_1)^{\frac{1}{4}},$$

где примем $\rho_1 = 76\,500 \text{ кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{с}^2)$, $E_1 = 2 \cdot 10^{11} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$, $R = 0.05 \text{ м}$.

Если при $W_1 = 1 \text{ м}$ длина L и отношение L/W_1 равны 18.5 м и 18.5, то при $W_1 = 10 \text{ м}$ эти величины равны 33 м и 3.3. В первом случае изложенная здесь теория пригодна, во втором дает только качественную картину.

5. Заключение. На основе линейной балочной модели изгиба изучен подъем длинного подводного трубопровода сосредоточенными силами. При ограничении внутреннего давления величиной порядка 0.1 МПа и глубины водоема порядка 10 м можно не учитывать их влияние на изгиб.

Особенность подъемно-спусковых операций состоит в том, что граничные условия по концам поднятого участка длинного трубопровода ставятся в точках, координаты которых неизвестны. Поэтому в полученном решении относительно функции прогиба длина поднятого участка является неизвестной. В связи с этим сначала решается обратная задача определения этой длины в зависимости от входных параметров. После этого может быть определен прогиб при известных входных параметрах, что представляет собой прямую задачу. При принятых в статье допущениях прямая задача может быть линейной. Независимо от этого обратная задача является нелинейной.

Линейное уравнение изгиба применимо при реализации пологой осевой линии, малом угле поворота ее. Отношение максимальной высоты подъема

к длине подъема (W_1/L) должно быть малым. Согласно (4.5) это имеет место при большой изгибной жесткости D трубы и малом эффективном весе q . В случае подводных газовых трубопроводов большого диаметра эти условия соблюдаются. С уменьшением диаметра жесткость D убывает пропорционально четвертой степени, а вес q – второй степени. Поэтому угол поворота возрастает, и применение линейного уравнения может внести соответствующие погрешности в анализ. Наиболее неблагоприятным с этой точки зрения является подъем подводного кабеля и трубы на земной поверхности, когда исключается выталкивающая сила воды (и если труба заполнена водой). Это утверждение верно и для случая подъема участка длинной балки сосредоточенной силой. Приведенная теория при соблюдении принятых допущений удовлетворительно описывает равновесное состояние подводных газовых трубопроводов.

Анализ изгиба значительно усложняется, если подъем осуществляется несколькими сосредоточенными силами. Здесь рассматривается случай трех сосредоточенных сил, причем крайние из них равны по величине и одинаково удалены от центральной. Используется соответствующая симметрия изгиба относительно центральной силы, а также известное отношение между значениями сосредоточенных сил и известном расстоянии между ними. Решение остается справедливым до достижения стрелой подъема поверхности воды. В случае подъема выше этой поверхности необходимо ставить на ней условия непрерывности решений.

Подъемно-спусковые операции проводятся при контролировании как подъемных сил, так и стрелы подъема. В работе эти режимы анализируются отдельно, что позволяет получить обозримые результаты. Установлено, что длина L участка подъема длинного трубопровода прямо пропорциональна сумме сосредоточенных подъемных сил $P_1, P_2 = \alpha P_1$ и обратно пропорциональна эффективному весу q . Стрела подъема W_1 прямо пропорциональна $P_1^4(1 + \alpha)^4$, обратно пропорциональна q^3 . Такие сильные зависимости объясняются изменением L в процессе подъема. Определяются значения потребных сил $P_1(1 + \alpha)$ для достижения стрелой подъема поверхности воды ($W_1 = H$). Показано, что с увеличением расстояния l между сосредоточенными силами P_1 и P_2 происходит как некоторое уменьшение длины L , так и стрелы подъема W_1 . Установлены другие явные зависимости между параметрами системы.

Работа выполнена в рамках гранта РНФ № 24-21-00106, <https://rscf.ru/project/24-21-00106/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левин С.М. Подводные трубопроводы. М.: Недра, 1970. 280 с.
2. Palmer A.C., King R.A. Subsea pipeline engineering. Oklahoma: PWC, 2004. 570 p.
3. Айнбиндер А.Б. Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость: Справочное пособие. М.: Недра, 1991. 287 с.
4. Pedersen R.T. Equilibrium of offshore cables and pipelines during laying // Int. Shipbuild. Prog. 1975. V. 22. № 256. P. 399–408.
<https://doi.org/10.3233/ISP-1975-2225601>

5. *Guarracino F., Mallardo V.* A refined analytical analysis of submerged pipelines in seabed laying // *Appl. Ocean Res.* 1999. V. 21. № 6. P. 281–293.
[https://doi.org/10.1016/S0141-1187\(99\)00020-6](https://doi.org/10.1016/S0141-1187(99)00020-6)
6. *Ilgamov M.A., Ratrouf R.A.* Large deflection of superconducting cable // *Int. J. Non-Lin. Mech.* 1999. V. 34. № 5. P. 869–880.
[https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(98\)00059-6](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(98)00059-6)
7. *Ильгамов М.А., Якунов Р.Г.* Сильный изгиб трубопровода // *Изв. РАН. МТТ.* 2003. № 6. С. 109–116.
8. *Peek R., Yun H.* Flotation to trigger lateral buckles in pipelines on a flat seabed // *J. Eng. Mech.* 2007. V. 133. № 4. P. 442–451.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2007\)133:4\(442\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:4(442))
9. *Елисеев В.В., Зиновьева Т.В.* Нелинейно-упругая деформация подводного трубопровода в процессе укладки // *Вычисл. мех. сплош. сред.* 2012. Т. 5. № 1. С. 70–78.
<https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.1.9>
10. *Wang Z., Tang Y.* Study on symmetric buckling mode triggered by dual distributed buoyancy sections for subsea pipelines // *Ocean Engineering.* 2020. V. 216. P. 105–110.
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108019>
11. *Chee J., Walker A., White D.* Controlling lateral buckling of subsea pipeline with sinusoidal shape pre-deformation // *Ocean Engineering.* 2018. V. 151. P. 170–190.
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.01.024>
12. *Liang Y., Zhao Y., Yue Q.J.* Experimental study on dynamic interaction between pipe and rollers in deep S-lay // *Ocean Engineering.* 2019. V. 175. P. 188–196.
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.01.030>
13. *Wang Z., Tang Y., Guedes S.C.* Imperfection study on lateral thermal buckling of subsea pipeline triggered by a distributed buoyancy sections // *Marine Structures.* 2021. V. 76. P. 10–29.
<https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2020.102916>
14. *Zhao J.H., Liao K.X., Li X.X., He G.X., Xia F., Zeng Q.* Collaborative detection and on-line monitoring of pipeline stress in oil and gas stations // *Meas. Sci. Technol.* 2022. V. 33. P. 105001.
<https://doi.org/10.1088/1361-6501/ac73dc>
15. *Зарипов Р.М., Масалимов Р.Б.* Численное моделирование напряженно-деформированного состояния подводного газопровода с учетом разжижения грунта и параметров эксплуатации // *Изв. РАН. МТТ.* 2023. № 4. С. 152–166.
<https://doi.org/10.31857/S0572329922600700>
16. *Зарипов Р.М., Масалимов Р.Б.* Использование компенсаторов в подводном участке морского газопровода для предотвращения его всплытия // *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов.* 2023. Т. 334. № 2. С. 196–205.
<https://doi.org/10.18799/24131830/2023/2/3761>
17. *Утяшев И.М., Шакирьянов М.М.* Пространственные колебания трубопровода с вибрирующими опорами // *Изв. РАН. МТТ.* 2023. № 4. С. 38–52.
<https://doi.org/10.31857/S057232992260058X>
18. *Gu H.L., Guo H.Y., Li X.M., Li F.H.* Static behaviours and collision onset criterion of two adjacent vertical risers // *Ships Offshore Struct.* 2023. V. 18. № 2. P. 263–271.
<https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2035569>

19. *Li S. J., Karney B.W., Liu G.* FSI research in pipeline systems – A review of the literature // *J. Fluids Struct.* 2015. V. 57. P. 277–297.
<https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2015.06.020>
20. *Ильгамов М.А.* Всплытие подводного газового трубопровода // *Изв. РАН. МТТ.* 2023. № 2. С. 147–159.
<https://doi.org/10.31857/S0572329922600487>
21. *Wang Z., Chen Y., Gao Q., Li F.* An analytical method for mechanical analysis of offshore pipelines during lifting operation // *Materials.* 2023. V. 16. № 20. P. 6685.
<https://doi.org/10.3390/ma16206685>
22. *Ильгамов М.А.* Подъем подводного трубопровода сосредоточенной силой // *ДАН. Физика, Технические науки.* 2024. Т. 514. № 1. С. 156–161.
<https://doi.org/10.31857/S2686740024040108>
23. *Timoshenko S.P.* Strength of materials. Part 1. Melbourne: KPC, 1976. 456 p.

BENDING OF UNDERWATER PIPELINE DURING LIFTING

M. A. Ilgamov^{a, b, c, *}

^a*A.A. Blagonravov Institute of Mechanical Engineering of the RAS, Moscow, Russia*

^b*Institute of Mechanics and Mechanical Engineering of the Kazan Scientific Center of the RAS, Kazan, Russia*

^c*Mavlyutov Institute of Mechanics of the Ufa Federal Research Center of the RAS, Ufa, Russia*

**e-mail: ilgamov@anrb.ru*

Abstract – The article considers the bending of a long concrete pipeline when its section is raised to the free surface of a reservoir. The initial horizontal position of the pipeline is rectilinear. Its static bending occurs under the action of concentrated forces, the weights of the pipe and the transported medium, and the lifting force of water. The minimum required value of the lifting force and the corresponding length of the raised section of a long pipeline are determined. Taking into account the large ratio of this length to the depth of the reservoir, a linear bending equation is used. An analysis of the bend is given depending on the controlled lifting force and the controlled rise of the pipeline.

Keywords: pipeline, rise, concentrated forces, length of the raised section

REFERENCES

1. *Levin S.M.* Underwater pipelines. M.: Nedra. 1970. 280 p. [in Russian].
2. *Palmer A.C., King R.A.* Subsea Pipeline Engineering. Oklahoma: PWC. 2004. 570 p.
3. *Ainbinder A.B.* Calculation of main and field pipelines for strength and stability: Reference manual. M.: Nedra. 1991. 287 p. [in Russian].

4. *Pedersen R.T.* Equilibrium of offshore cables and pipelines during laying // *Int. Shipbuild Prog.* 1975. V. 22. P. 399–408.
<https://doi.org/10.3233/ISP-1975-2225601>
5. *Guarracino F., Mallardo V.* A refined analytical analysis of submerged pipelines in seabed laying. *Appl. Ocean Res.* 1999. 21. P. 281–293.
[https://doi.org/10.1016/S0141-1187\(99\)00020-6](https://doi.org/10.1016/S0141-1187(99)00020-6)
6. *Ilgamov M.A., Ratrout R.A.* Large deflection of superconducting cable // *International Journal of Non-Linear Mechanics.* 1999. 34. P. 869–880.
[https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(98\)00059-6](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(98)00059-6)
7. *Ilgamov M.A., Yakubov R.G.* Strong bending of a pipeline // *Izvestiya RAS. Mechanics of Solids.* 2003. № 6. P. 109–116 [in Russian].
8. *Peek R., Yun H.* Flotation to trigger lateral buckles in pipelines on a flat seabed // *Journal of Engineering Mechanics.* 2007. V. 4. P. 442–451.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2007\)133:4\(442\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:4(442))
9. *Eliseev V.V., Zinovieva T.V.* Nonlinear elastic deformation of an underwater pipeline during laying // *Computational Continuous Media Mechanics.* 2012. № 1. P. 70–78.
<https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.1.9> [in Russian].
10. *Wang Z., Tang Y.* Study on symmetric buckling mode triggered by dual distributed buoyancy sections for subsea pipelines // *Ocean Engineering.* 2020. V. 216. P. 105–110.
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108019>
11. *Chee J., Walker A., White D.* Controlling lateral buckling of subsea pipeline with sinusoidal shape pre-deformation // *Ocean Engineering.* 2018. V. 151. P. 170–190.
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.01.024>
12. *Liang Y., Zhao Y., Yue Q.J.* Experimental study on dynamic interaction between pipe and rollers in deep S-lay. *Ocean Engineering.* 2019. 175. P. 188–196.
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.01.030>
13. *Wang Z., Tang Y., Guedes S.C.* Imperfection study on lateral thermal buckling of subsea pipeline triggered by a distributed buoyancy sections // *Marine Structures.* 2021. V. 76. P. 10–29.
<https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2020.10291>
14. *Zhao J.H., Liao K.X., Li X.X., He G.X., Xia F., Zeng Q.* Collaborative detection and on-line monitoring of pipeline stress in oil and gas stations // *Meas. Sci. Technol.* 2022. V. 33. P. 105001.
<https://doi.org/10.1088/1361-6501/ac73dc>
15. *Zaripov R.M., Masalimov R.B.* Numerical modeling of the stress-strain state of an underwater gas pipeline taking into account soil liquefaction and operating parameters // *Izvestiya RAS. Mechanics of Solids.* 2023. № 4. P. 152–166 [in Russian].
<https://doi.org/10.31857/S0572329922600700>
16. *Zaripov R.M., Masalimov R.B.* Use of compensators in the underwater section of the offshore gas pipeline to prevent its surfacing // *Bulletin of Tomsk Polytechnic University. Georesources engineering.* 2023. V. 334. № 2. P. 196–205 [in Russian].
<https://doi.org/10.18799/24131830/2023/2/3761>
17. *Utyashev I.M., Shakiryayev M.M.* Spatial vibrations of a pipeline with vibrating supports // *Izvestiya RAS. Mechanics of Solids.* 2023. № 4. P. 38–52 [in Russian].
<https://doi.org/10.31857/S057232992260058X>
18. *Gu H.L., Guo H.Y., Li X.M., Li F.H.* Static behaviours and collision onset criterion of two adjacent vertical risers // *Ships Offshore Struct.* 2023. V. 18. P. 263–271.
<https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2035569>

-
19. *Li S. J., Karney B.W., Liu G.* FSI research in pipeline systems – A review of the literature // *Journal of Fluids and Structures*. 2015. V. 57. P. 277–297.
<https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2015.06.020>
 20. *Ilgamov M.A.* Subsea Gas Pipeline Floatation // *Mechanics of Solids*. 2023. V. 58. № 2. P. 119–128 [in Russian].
<https://doi.org/10.3103/S0025654422600842>
 21. *Wang Z., Chen Y., Gao Q., Li F.* An analytical method for mechanical analysis of offshore pipelines during lifting operation // *Materials*. 2023. V. 16. № 20. P. 6685.
<https://doi.org/10.3390/ma16206685>
 22. *Ilgamov M.A.* Lifting an underwater pipeline by concentrated force // *DAN. Physics, Engineering Sciences*. 2024. V. 514. P. 156–161 [in Russian].
<https://doi.org/10.31857/S2686740024040108>
 23. *Timoshenko S.P.* *Strength of Materials. Part 1*. Melbourne: KPC. 1976. 456 p.