

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО АВТОФРЕТИРОВАНИЯ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ, ВЫЗВАННОЙ ЭФФЕКТОМ БАУШИНГЕРА

© 2025 г. С. И. Феоктистов^{а,*}, И. К. Андрианов^{а,**}, Л. Тхет^{а,***}

^аФедеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Комсомольский-на-Амуре государственный университет”,
Комсомольск-на-Амуре, Россия

*E-mail: serg_feo@mail.ru, **e-mail: ivan_andrianov_90@mail.ru,

*** e-mail: linhtetnaining513028@gmail.ru

Поступила в редакцию 15.04.2024г.

После доработки 01.10.2024 г.

Принята к публикации 22.10.2024 г.

Настоящая работа направлена на разработку метода расчета остаточных напряжений при автофретировании цилиндрических оболочек, позволяющего учитывать упругопластическую анизотропию, вызванную эффектом Баушингера. Предложенный метод расчета основан на совместном решении методом переменных параметров упругости интегральных уравнений равновесия и совместности деформаций, записанных в координатах Эйлера для нелинейных мер деформации. Результаты работы хорошо согласуются с результатами других авторов, полученными при аналогичных исходных данных.

Ключевые слова: гидравлическое автофретирование, упругопластическая анизотропия, эффект Баушингера, вторичные пластические деформации, нелинейный закон упрочнения

DOI: 10.31857/S1026351925020094, **EDN:** ANMFKA

Введение. Толстостенные цилиндрические оболочки сегодня широко используются в качестве элементов компрессоров и насосов, труб высокого давления, технологических реакторов и сосудов, изостатических сосудов [1]. На практике толстостенные цилиндры часто подвергаются внезапным колебаниям давления, отмечается изменение давления в цилиндрах насосов или технологических реакторов, использующих трубопроводы высокого давления. Возрастающая потребность промышленности в толстостенных цилиндрах, используемых под высоким давлением, стимулирует исследования, направленные на повышение их удельной прочности, увеличение их усталостного ресурса или повышение их несущей способности для высоко-технологичных применений.

Процесс автофретирования удовлетворяет решению этих задач. Автофретирование (автоскрепление) – технологическая процедура в металлургии и технике высоких давлений, при которой толстостенная труба или сосуд подвергаются давлению выше рабочего, что приводит к частичной пластической деформации стенки и возникновению остаточных сжимающих напряжений, которые значительно снижают растягивающие напряжения рабочего давления, увеличивая тем самым удельную прочность или усталостный ресурс.

Автофретирование может осуществляться различными методами [2], такими как гидравлическое автофретирование давлением [3–7], механическое автофретирование дорном [8–10] и ротационное автофретирование [3, 11–13]. В данной статье будем рассматривать гидравлическое автофретирование труб.

Очевидно, что для точного прогнозирования остаточных напряжений и расчета напряженно-деформированного состояния трубы при действии рабочего давления, требуется точное моделирование различных параметров, влияющих на процесс автофретирования трубы. Результаты автофретирования во многом зависят от свойств материала исходной трубы-заготовки и давления автофретирования.

Особую сложность при описании поведения материала в процессе автофретирования создает эффект Баушингера [14, 15]. Как показывают многочисленные исследования [16–20], после пластической деформации материал становится упругопластически анизотропным, т.е. обладает различными упругопластическими свойствами при прямом и обратном нагружении, которые сильно зависят от предшествующей пластической деформации. Сложность описания эффекта Баушингера препятствовала достоверному моделированию процесса автофретирования, так как специалисты были вынуждены использовать упрощенные модели материалов для получения аналитических или численных решений.

В данной работе была использована математическая модель, учитывающая истинное поведение высокопрочной стали А723-1130 (аналог стали 38ХН3М-ФА) со сложным эффектом Баушингера, полученная на основании обработки экспериментальных данных [21, 22].

При определении напряженно-деформированного состояния при автофретировании и расчете остаточных напряжений используются различные математические модели.

Аналитические решения в замкнутой форме основаны на уравнениях деформационной теории пластичности. Как правило, рассматривается условие плоской деформации, используется линейный закон упрочнения, а эффект Баушингера или не учитывается [3], или учитывается в идеальной форме, согласно принципу Мазинга [14].

Как показал анализ работ, посвященных процессам автофретирования за несколько десятилетий [2], из всех применяемых численно-аналитических методов (кроме метода конечных элементов), наиболее универсальным методом является метод переменных свойств материала (Variable Material Properties – VMP), который находит все более широкое применение в решении упругопластических задач [23].

Этот метод представляет собой модификацию метода упругих решений, при котором цилиндр делится по толщине на конечные области, в пределах которых свойства материала, а именно модуль упругости первого рода и коэффициент Пуассона, изменяются в процессе деформирования. Деформация в каждой области рассматривается как псевдоупругая, и для каждого элементарного цилиндра, нагруженного внутренним и внешним давлением, решается задача Ламе. После составления всех областей получаем громоздкую систему линейных уравнений, которую необходимо решить. Подробное решение процесса автофретирования этим методом представлено в работе [24].

В представленной статье расчет напряженно-деформированного состояния толстостенной трубы проводился путем совместного решения уравнения равновесия и уравнения совместности деформаций в координатах Эйлера в виде интегральных уравнений методом переменных параметров упругости [25, 26], который позволяет при определении остаточных напряжений учитывать приобретенную деформационную упругопластическую анизотропию, вызванную эффектом Баушингера. При расчете остаточных напряжений рассматривались различные модели упрочнения, которые описывали изменение поверхности текучести при нагрузке в соответствии с влиянием эффекта Баушингера на механические свойства материала.

Были смоделированы два способа гидравлического автофретирования толстостенных цилиндров: с продольным растяжением и без продольного растяжения [3]. Были спрогнозированы и проанализированы развитие напряжений и деформаций в процессе автофретирования, а также остаточные напряжения и деформации, возникающие после автофретирования с учетом упругопластической анизотропии, вызванной эффектом Баушингера. Результаты моделирования были подтверждены сравнением с имеющимися расчетами других авторов по конечно-элементным моделям, соответствующим по материалу, геометрии и величине избыточной деформации для нескольких моделей упрочнения материала.

1. Диаграмма деформирования высокопрочных сталей при знакопеременном нагружении. При автофретировании толстостенных цилиндрических оболочек из высокопрочной стали на возникновение и распределение остаточных напряжений влияют различные параметры, в частности, конструктивные свойства материала, такие как модуль упругости, предел текучести и закон деформационного упрочнения при нагружении. Кроме того, при разгрузке, вследствие эффекта Баушингера, эти свойства материала существенно изменяются в зависимости от предшествующей пластической деформации [17–20]. На рис. 1 (σ_i – интенсивность напряжений, e_i – интенсивность деформаций Генки) показана типичная диаграмма деформирования высокопрочных сталей при одноосном растяжении-сжатии, полученная многими исследователями [7, 21, 22].

При нагружении диаграмма деформирования является линейно-упругой с модулем упругости E , (от O до A), затем следует слабое нелинейное деформационное упрочнение (от A до B). При разгрузке она линейно-упругая (от B до D) с незначительным снижением модуля упругости \bar{E} . При дальнейшем обратном нагружении наблюдается сильное нелинейное деформационное

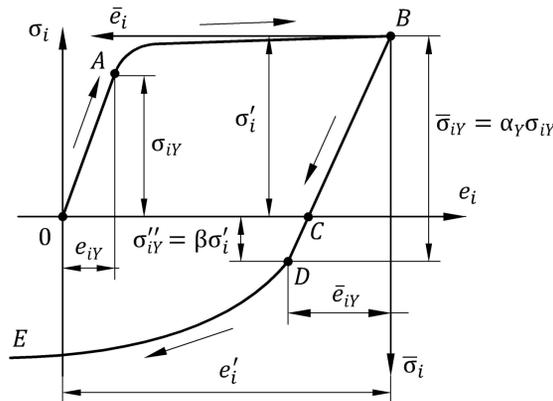


Рис. 1. Типичная диаграмма деформирования высокопрочных сталей при одноосном растяжении-сжатии.

упрочнение (от D до E). После растяжения образца до некоторой величины пластической деформации e'_i , характеризуемой точкой B (рис. 1), действующие напряжения в образце определяются как σ'_i . Если после такого растяжения полностью разгрузить образец (точка C), а затем сжать его, то при сжатии переход от линейной ($C - D$) к сильно нелинейной деформации ($D - E$) обычно происходит при значении предела текучести σ''_{iY} значительно меньшем, чем первоначальный предел текучести при нагружении σ_{iY} . Это уменьшение предела текучести представляет эффект Баушингера. Существуют разные подходы в количественной оценке эффекта Баушингера [14]. Наиболее распространенный заключается в определении коэффициента эффекта Баушингера (BEF), обозначаемого β , который определяется как отношение предела текучести при обратном сжатии σ''_{iY} к текущему (мгновенному) пределу текучести, равному максимальному напряжению σ'_i в предшествующем нагружении (рис. 1) [2]:

$$\beta = \frac{\sigma''_{iY}}{\sigma'_i}.$$

На рис. 1 для наглядности показан один профиль обратного нагружения. В действительности для каждого значения максимальной деформации при нагружении существует свой профиль разгрузки. Поэтому математическая модель материала должна учитывать различные уровни деформации при нагружении и, следовательно, различные профили обратного нагружения в каждой точке цилиндра при автофретировании.

Для определения напряжения, при котором возникают вторичные пластические деформации при разгрузке-сжатии, необходимо знать значение параметра α_Y , который характеризует изменение размеров поверхности пластичности при деформировании.

В данной статье при определении α_Y будем использовать несколько моделей упрочнения материала: изотропную, кинематическую (анизотропную) и

нелинейную кинематическую, построенную на механических свойствах материала, определенных экспериментальным путем.

В случае изотропного упрочнения поверхность пластичности, определяемая точками *B* и *D* (рис. 1), в процессе нагружения расширяется равномерно во все стороны симметрично относительно оси абсцисс. Эффект Баушингера в этом случае не учитывается $\beta = 1$, так как при прямом и обратном нагружении пластические деформации возникают при напряженном состоянии одной и той же интенсивности, равной текущему (мгновенному) пределу текучести [27]. Таким образом, можно записать:

$$\sigma''_{iY \text{ isotr}} = \sigma'_i,$$

или

$$\alpha_{Y \text{ isotr}} = \begin{cases} 2, & \text{при } e'_i \leq e_{iY}, \\ 2 \frac{\sigma'_i}{\sigma_{iY}}, & \text{при } e'_i > e_{iY}. \end{cases} \quad (1.1)$$

В случае кинематического упрочнения, поверхность пластичности остается прежнего размера, но смещается в пространстве напряжений. В этом случае наблюдается эффект Баушингера, который в случае кинематического упрочнения считается идеальным [3], и для которого справедлив принцип Мазинга [14].

То есть можно записать для всех уровней деформации

$$\alpha_{Y \text{ kinem}} = 2. \quad (1.2)$$

Обе модели упрочнения являются идеальными. В реальности поверхность пластичности при деформировании одновременно изменяет свои размеры и перемещается в пространстве напряжений.

Для реального материала наилучшую сходимость с результатами экспериментов дает нелинейная кинематическая модель упрочнения [28].

В этом случае, учитывая определение коэффициента эффекта Баушингера, можно получить уравнение, определяющее параметр α_Y :

$$\alpha_Y = \begin{cases} 2, & \text{при } e'_i \leq e_{iY}, \\ (1 + \beta) \frac{\sigma'_i}{\sigma_{iY}}, & \text{при } e'_i > e_{iY}. \end{cases} \quad (1.3)$$

Коэффициент эффекта Баушингера сильно зависит от предшествующей пластической деформации и, как правило, определяется экспериментально.

Запишем основные уравнения для высокопрочной стали А723-1130 (аналог стали 38ХНЗМФА), полученные на основании результатов исследований, представленных в работах [21, 22], позволяющих описать поведение стали А723-1130 при одноосном растяжении в координатах $\sigma_i - e_i$ (рис. 1) с учетом сжимаемости:

$$\sigma_i = \begin{cases} 3Ge_i, & \text{при } e_i \leq e_{iY}, \\ \sigma_{iY} \left\{ 1 + a \tanh \left[c(e_i - e_{iY}) \right] + d(e_i - e_{iY}) \right\}, & \text{при } e_i > e_{iY}, \end{cases} \quad (1.4)$$

где σ_i – интенсивность напряжений; e_i – интенсивность логарифмических деформаций; $G = E/(2(1 + \mu))$ – модуль упругости второго рода при растяжении; $E = 209$ ГПа – модуль упругости первого рода при растяжении; $\mu = 0.3$ – коэффициент Пуассона; $\sigma_{iY} = 1130$ МПа – предел текучести при растяжении; a , c и d – параметры материала.

А также при обратном нагружении одноосным сжатием в координатах $\bar{\sigma}_i - \bar{e}_i$ (рис. 1) с учетом изменения величины упругой деформации при разгрузке-сжатии \bar{e}_{iY} , которая определяется как $\alpha_Y \sigma_{iY} / 3\bar{G}$:

$$\bar{\sigma}_i = \begin{cases} 3\bar{G}\bar{e}_i, & \text{при } \bar{e}_i \leq \bar{e}_{iY}, \\ \sigma_{iY} \left\{ \alpha_Y + (1 + a - \beta) \tanh \left[\gamma(\bar{e}_i - \bar{e}_{iY}) \right] + d(\bar{e}_i - \bar{e}_{iY}) \right\}, & \text{при } \bar{e}_i > \bar{e}_{iY}, \end{cases} \quad (1.5)$$

где $\bar{G} = \bar{E}/(2(1 + \mu))$ – модуль упругости второго рода при разгрузке-сжатии; \bar{E} – модуль упругости первого рода при разгрузке-сжатии; α_Y – параметр материала (рис. 1), характеризующий условия возникновения вторичных пластических деформаций при разгрузке-сжатии; β – коэффициент эффекта Баушингера; γ – параметр нелинейности. Все эти величины, кроме коэффициента Пуассона, зависят от величины предшествующей деформации при нагружении e'_i . В работе [19] показано, что коэффициент Пуассона μ на упругом участке разгрузки-сжатия (B – D, рис. 1) не зависит от величины предшествующей деформации e'_i .

Коэффициент эффекта Баушингера определяется уравнением [21, 22]:

$$\beta = \begin{cases} 1, & \text{при } e'_i \leq e_{iY}, \\ 0.1684 \left\{ \operatorname{tg} \left[1 - 100(e'_i - e_{iY}) \right] \right\}^{3.6} + 0.17, & \text{при } e_{iY} < e'_i \leq 0.01 + e_{iY}, \\ 0.17, & \text{при } e'_i > 0.01 + e_{iY}. \end{cases} \quad (1.6)$$

Параметр α_Y , который характеризует изменение размеров поверхности пластичности при деформировании, с учетом уравнений (1.3) и (1.4):

$$\alpha_Y = \begin{cases} 2, & \text{при } e'_i \leq e_{iY}, \\ (1 + \beta) \frac{\sigma_{iY} \left\{ 1 + a \tanh \left[c(e'_i - e_{iY}) \right] + d(e'_i - e_{iY}) \right\}}{\sigma_{iY}}, & \text{при } e'_i > e_{iY}. \end{cases} \quad (1.7)$$

Параметр нелинейности, с учетом того, что при величине предшествующей деформации меньше e_{iY} (точка А, рис. 1) он должен быть равен с [21], для стали А723-1130 определится как:

$$\gamma = \begin{cases} c, & \text{при } e'_i \leq e_{iY}, \\ 29.05 \left[(29.05/c)^{1/0.323} + (e'_i - e_{iY}) \right]^{-0.323}, & \text{при } e'_i > e_{iY}. \end{cases} \quad (1.8)$$

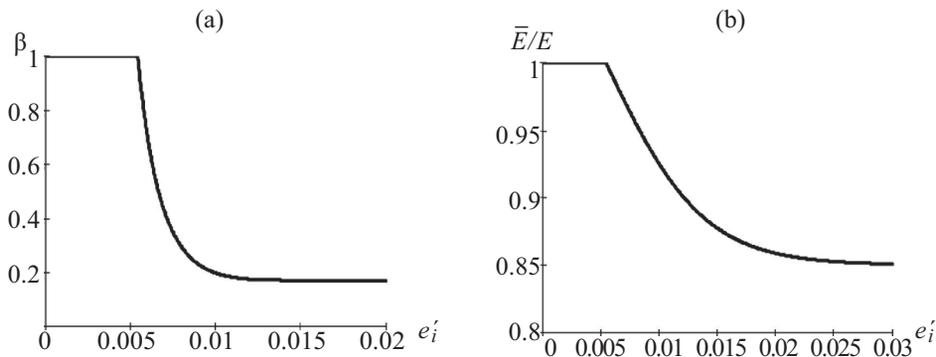


Рис. 2. Изменение коэффициента эффекта Баушингера – (а) и модуля упругости – (б) при разгрузке-сжатии в зависимости от величины предшествующей деформации при нагружении e_i' для стали А723-1130.

Изменение модуля упругости при разгрузке-сжатии, в зависимости от величины предшествующей деформации при нагружении e_i' , определяется уравнением [21, 22]:

$$\bar{E} = \begin{cases} E, & \text{при } e_i' \leq e_{iY}, \\ E \{1 - b \tanh[m(e_i' - e_{iY})]\}, & \text{при } e_i' > e_{iY}. \end{cases} \quad (1.9)$$

Параметры стали А723-1130, полученные в результате подгонки данных испытаний равны [21, 22]: $a=0.0065$; $b=0.15$; $c=4000$; $d=1.3$; $m=120$.

Результаты расчетов β и \bar{E} представлены на рис. 2.

На рис. 3 представлены расчетные диаграммы деформирования стали А723-1130 при одноосном растяжении и последующем сжатии, полученные с использованием формул (1.4)–(1.9), учитывающих различные уровни деформации при нагружении.

2. Теоретический анализ и вывод интегральных уравнений. При выводе основных интегральных уравнений принимались следующие гипотезы и допущения.

а) Используются основные гипотезы деформационной теории.

б) Мерой деформации является деформация Генки, которая используется для описания больших деформаций в задачах упругопластического деформирования [29–33].

с) Учитывается сжимаемость материала, коэффициент поперечной деформации $\mu \neq 0.5$.

д) Переход из упругой стадии деформирования в пластическую определяется условием Губера–Мизеса: при первоначальном нагружении предел текучести постоянный и равен σ_{iY} , при разгрузке-сжатии предел текучести изменяется в радиальном направлении – $\bar{\sigma}_i = \alpha_Y \sigma_{iY}$, где $\alpha_Y = \alpha_Y(\rho)$.

е) Упругопластические свойства материала описываются уравнениями, полученными в результате обработки экспериментальных данных, учитывающих изменения коэффициента Баушингера и модуля упругости первого рода при разгрузке в зависимости от предшествующей пластической деформации [21, 22].

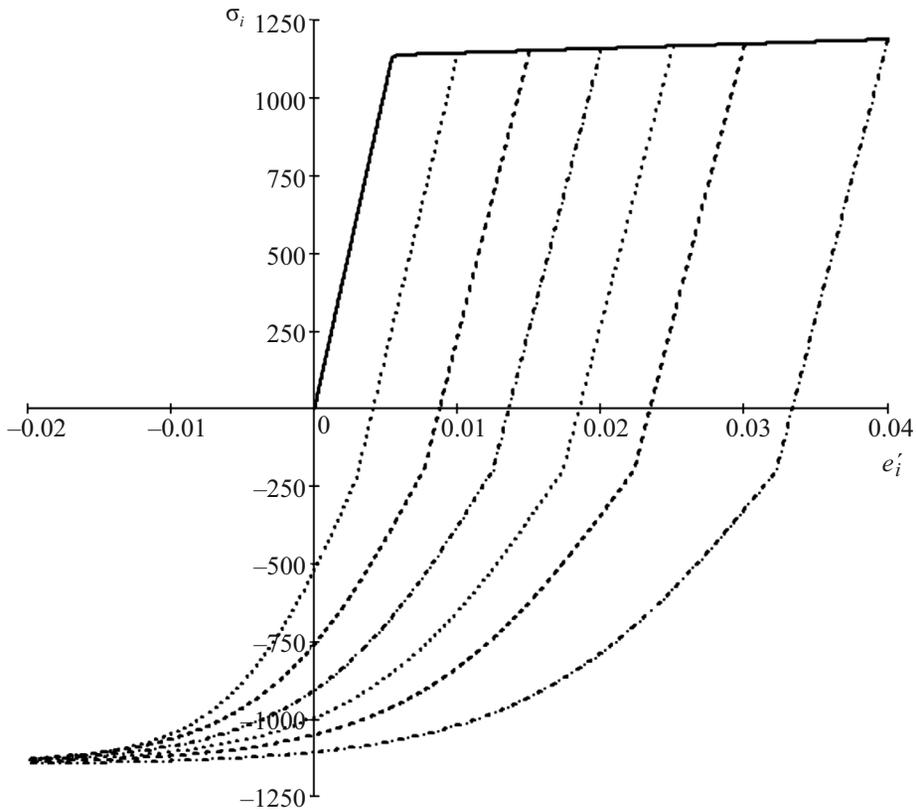


Рис. 3. Диаграммы деформирования стали А723-1130 при одноосном растяжении, последующей разгрузке и сжатии для различных уровней деформации σ_i [МПа].

ф) Уравнения равновесия и уравнения совместности деформаций Генки записываются в координатах Эйлера.

г) Решается обратная задача с учетом деформирования оболочки. Граничные условия изменяются с учетом изменения геометрии оболочки.

В цилиндрической системе координат $0\rho\theta z$ для объемного осесимметричного напряженного состояния уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{z\rho}}{\rho} = 0,$$

где σ_ρ , σ_θ , σ_z , $\tau_{z\rho}$ – радиальные, окружные, осевые и касательные напряжения.

Касательные напряжения вдоль оболочки при действии постоянного давления отсутствуют, производные по z в уравнениях равновесия равны нулю, соответственно, условие равновесия будет представлено в виде:

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} = \frac{\sigma_\theta - \sigma_\rho}{\rho}. \tag{2.1}$$

Уравнение совместности деформаций Генки для осесимметричного деформированного состояния в координатах Эйлера записывается согласно [34] в виде:

$$\frac{de_\theta}{d\rho} = \frac{1 - \exp(e_\theta - e_\rho)}{\rho}, \tag{2.2}$$

где $e_\rho = \ln(1 + du_\rho / d\bar{r}) = \ln(d\rho / d\bar{r})$, $e_\theta = \ln(1 + u_\rho / \bar{r}) = \ln(\rho / \bar{r})$ – радиальные и окружные деформации Генки; \bar{r} – радиальная координата точки тела в начальном недеформированном состоянии, т.е. координата Лагранжа (рассматривается точка среды); ρ – радиальная координата точки тела в деформированном состоянии, т.е. координата Эйлера (рассматривается точка пространства); $u_\rho = \rho - \bar{r}$ – радиальное перемещение.

Следует отметить, что уравнение совместности деформаций Генки в координатах Лагранжа использовано в работе [35].

Физические уравнения для упругопластической задачи в соответствии с методом переменных параметров упругости имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} e_\rho &= \frac{1}{E^*} \left[\sigma_\rho - \mu^* (\sigma_\theta + \sigma_z) \right] \\ e_\theta &= \frac{1}{E^*} \left[\sigma_\theta - \mu^* (\sigma_z + \sigma_\rho) \right] \\ e_z &= \frac{1}{E^*} \left[\sigma_z - \mu^* (\sigma_\rho + \sigma_\theta) \right] \end{aligned} \right\}, \tag{2.3}$$

где e_z – осевые деформации Генки, E^* , μ^* – переменные параметры упругости:

$$E^* = \frac{E_{sec}}{1 + \frac{1-2\mu}{3E} E_{sec}}, \quad \mu^* = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1-2\mu}{3E} E_{sec}}{1 + \frac{1-2\mu}{3E} E_{sec}}, \tag{2.4}$$

где E – модуль упругости первого рода, μ – коэффициент Пуассона, $E_{sec} = \sigma_i / e_i$ – секущий модуль [3].

Краевые условия на граничных поверхностях оболочки имеют вид:

$$\sigma_\rho \Big|_{\rho=R} = 0, \tag{2.5}$$

$$\sigma_\rho \Big|_{\rho=r} = -p, \tag{2.6}$$

$$u_\rho \Big|_{\rho=R} = R - R_0, \tag{2.7}$$

где R_0 – внешний радиус оболочки в исходном состоянии без нагрузки, R – внешний радиус оболочки в нагруженном состоянии, p – давление на внутренней поверхности оболочки, r – радиус внутренней поверхности оболочки в деформированном состоянии.

Произведя в уравнении совместности деформаций (2.2) замену

$$\frac{de_\theta}{dp} = \frac{1}{\exp(e_\theta)} \frac{d(\exp(e_\theta))}{dp},$$

запишем его в виде:

$$\frac{d(\exp(e_\theta))}{dp} = \frac{1}{\rho} \exp(e_\theta) - \frac{1}{\rho} \exp(2e_\theta - e_\rho). \quad (2.8)$$

При решении уравнения (2.8) с учетом граничного условия $e_\theta|_{\rho=R} = \ln(R/R_0)$ согласно подходу, отраженному в работах [36, 37], получим:

$$e_\theta = \ln \left(-\rho \int_R^\rho \frac{1}{\rho^2} \exp(2e_\theta - e_\rho) d\rho + \frac{\rho}{R_0} \right). \quad (2.9)$$

Соотношение (2.9) представляет собой интегральное уравнение совместности деформаций Генки в координатах Эйлера. Используя уравнения (2.3), представим интегральное уравнение совместности деформаций (2.9) в напряжениях:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = & \mu^*(\sigma_z + \sigma_\rho) + \\ & + E^* \ln \left(-\rho \int_R^\rho \frac{1}{\rho^2} \exp \left\{ \frac{1}{E^*} \left[(2 + \mu^*)\sigma_\theta - (1 + 2\mu^*)\sigma_\rho - \mu^*\sigma_z \right] \right\} d\rho + \frac{\rho}{R_0} \right). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Уравнение (2.10) является общим для гидравлического автофретирования толстостенных цилиндрических оболочек, как с продольным растяжением, так и без продольного растяжения.

В случае автофретирования с продольным растяжением, возникающем только за счет давления на днище, можно считать осевую деформацию равной нулю, а деформированное состояние плоским [3, 38]. В этом случае $e_z = 0$ и, следовательно, $\sigma_z = \mu^*(\sigma_\rho + \sigma_\theta)$.

Тогда уравнение (2.10) примет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = & \frac{\mu^*}{(1 - \mu^*)} \sigma_\rho + \frac{1}{(1 - \mu^{*2})} E^* \times \\ & \times \ln \left(-\rho \int_R^\rho \frac{1}{\rho^2} \exp \left\{ \frac{1}{E^*} \left[(2 + \mu^* - \mu^{*2})\sigma_\theta - (1 + 2\mu^* + \mu^{*2})\sigma_\rho \right] \right\} d\rho + \frac{\rho}{R_0} \right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

При автофретировании без продольного растяжения $\sigma_z = 0$ и уравнение (2.10) принимает вид:

$$\sigma_\theta = \mu^* \sigma_\rho + E^* \ln \left(-\rho \int_R^\rho \frac{1}{\rho^2} \exp \left\{ \frac{1}{E^*} \left[(2 + \mu^*) \sigma_\theta - (1 + 2\mu^*) \sigma_\rho \right] \right\} d\rho + \frac{\rho}{R_0} \right). \quad (2.12)$$

Дифференциальное уравнение равновесия (2.1) с учетом граничного условия $\sigma_\rho|_{\rho=R} = 0$, представим в интегральном виде:

$$\sigma_\rho = \frac{1}{\rho} \int_R^\rho \sigma_\theta d\rho. \quad (2.13)$$

3. Алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния. Расчет напряженно-деформированного состояния толстостенных цилиндрических оболочек в процессе автофретирования будем проводить в последовательных приближениях, задавая малое перемещение наружного радиуса оболочки в сторону увеличения:

$$\Delta R^{(j)} = R^{(j)} - R^{(j-1)}, \quad (3.1)$$

где j – номер приближения.

В начальном приближении $R^{(0)} = R_0$. На каждом шаге определяем напряженно-деформированное состояние оболочки и, используя граничные условия (2.5)–(2.7), рассчитываем внутреннее давление, при котором произошло заданное перемещение наружного радиуса

$$p^{(j)} = -\sigma_\rho^{(j)} \Big|_{\rho=r^{(j)}}, \quad (3.2)$$

где $\sigma_\rho^{(j)} \Big|_{\rho=r^{(j)}}$ – значение радиального напряжения на внутренней поверхности оболочки при j -м перемещении.

Численное интегрирование будем проводить от $R^{(j)}$ до $r^{(j)}$, где $r^{(j)}$ – внутренний радиус оболочки в процессе деформирования, определенный расчетным путем. В нулевом приближении при $j = 0$ считаем, что $r^{(0)} = r_0$, где r_0 – внутренний радиус оболочки в исходном состоянии без нагрузки. Дискретизация стенки оболочки удовлетворяет выражениям

$$\Delta \rho^{(j)} = R^{(j)} - r^{(j)} / N,$$

$$\rho_i = \left\{ \rho_0^{(j)} = R^{(j)}, \dots, \rho_i^{(j)} = \rho_{i-1}^{(j)} - \Delta \rho^{(j)}, \dots, \rho_N^{(j)} = r^{(j)} \right\}, \quad i = 0, 1, \dots, N,$$

где $(N + 1)$ – количество узлов в радиальном направлении.

В соответствии с методом переменных параметров упругости, решение по определению напряженно-деформированного состояния при автофретировании с продольным растяжением толстостенной оболочки проводится методом последовательных приближений по рекуррентной схеме с использованием уравнений (2.11) и (2.13) при заданных граничных условиях (2.5)–(2.7) [36]:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta}^{(k+1)} &= \frac{\mu^{*(k)}}{(1-\mu^{*(k)})} \sigma_p^{(k)} + \frac{1}{(1-\mu^{*(k)2})} E^{*(k)} \times \\ &\times \ln \left(-\rho \int_{R^{(j)}} \frac{1}{\rho^2} \exp \left\{ \frac{1}{E^{*(k)}} \left[(2 + \mu^{*(k)} - \mu^{*(k)2}) \times \right. \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left. \sigma_{\theta}^{(k)} - (1 + 2\mu^{*(k)} + \mu^{*(k)2}) \sigma_p^{(k)} \right] \right\} d\rho + \frac{\rho}{R_0} \right), \\ \sigma_p^{(k+1)} &= \frac{1}{\rho} \int_{R^{(j)}} \sigma_{\theta}^{(k+1)} d\rho; \quad \sigma_z^{(k+1)} = \mu^{*(k)} \left(\sigma_p^{(k+1)} + \sigma_{\theta}^{(k+1)} \right), \end{aligned}$$

где величины с индексом (k) и $(k+1)$ обозначают соответственно их значения в k -ом и $(k+1)$ -ом приближениях.

По результатам численного расчета напряженного состояния, определяется деформированное состояние оболочки, используя уравнения связи между напряжениями и деформациями (2.3), а также интенсивность напряжений и интенсивность деформаций. После этого уточняют значение E_{sec} , используя для определения $\sigma_i^{(k+1)}$ уравнение (1.4):

$$E_{\text{sec}}^{(k+1)} = \begin{cases} 3G, & \text{при } e_i^{(k+1)} \leq e_{iY}, \\ \frac{\sigma_{iY} \left\{ 1 + a \tanh \left[c \left(e_i^{(k+1)} - e_{im} \right) \right] + d \left(e_i^{(k+1)} - e_{im} \right) \right\}}{e_i^{(k+1)}}, & \text{при } e_i^{(k+1)} > e_{iY}. \end{cases}$$

Затем определяют значение переменных параметров упругости (2.4). Контроль сходимости процесса проводят по значениям интенсивностей напряжений:

$$\frac{\sigma_i^{(k+1)} - \sigma_i^{(k)}}{\sigma_i^{(k+1)}} \leq \Delta \sigma_i.$$

Расчет положения внутренней поверхности оболочки в процессе деформирования определяется согласно уравнению:

$$r^{(j)} = r_0 \exp \left(e_{\theta}^{(j)} \Big|_{\rho=r^{(j)}} \right),$$

где $e_{\theta}^{(j)} \Big|_{\rho=r^{(j)}}$ — значение окружной логарифмической деформации на внутренней поверхности оболочки.

Условие остановки расчета $r^{(j)}$ удовлетворяет соотношению:

$$\frac{r^{(j)} - r_0 \exp \left(e_{\theta}^{(j)} \Big|_{\rho=r^{(j)}} \right)}{r^{(j)}} \leq \Delta r.$$

После достижения всех заданных параметров точности вычислений, сравнивают полученное внутреннее давление $p^{(j)}$ (3.2) с заданным давлением автофретирования p_{aut} и изменяют наружный радиус на величину заданного перемещения $u^{(j)}$ (3.1). Расчет прекращается, когда внутреннее давление достигает значения

$$p^{(j)} \geq p_{aut} .$$

При автофретировании без продольного растяжения алгоритм определения напряженно-деформированного состояния такой же, только определение окружного напряжения $\sigma_{\theta}^{(k+1)}$ проводят по выражению (2.12).

4. Определение остаточных напряжений. Для определения остаточных напряжений при автофретировании воспользуемся теоремой о вторичных пластических деформациях [14], которую перефразируем следующим образом: остаточные напряжения σ'_{ij} и остаточные деформаций e'_{ij} , сохранившиеся в теле после упругопластического деформирования, определяются как сумма напряжений σ'_{ij} и деформаций e'_{ij} , существовавших в упругопластическом теле в момент разгрузки, и некоторых фиктивных величин $\bar{\sigma}^0_{ij}$ и \bar{e}^0_{ij} , существующих в некотором фиктивном упругопластическом теле при его упругопластическом деформировании внешними силами с обратным знаком, которые были приложены к данному телу перед началом разгрузки:

$$\sigma^0_{ij} = \sigma'_{ij} + \bar{\sigma}^0_{ij}; \quad e^0_{ij} = e'_{ij} + \bar{e}^0_{ij}. \tag{4.1}$$

Поскольку фиктивное тело упругопластически анизотропное, предел текучести каждой деформированной точки фиктивного тела в α_Y раз больше рассматриваемого, что и определяется, в зависимости от принятой модели упрочнения, выражениями (1.1), (1.2) или (1.3).

Для расчета остаточных напряжений и деформаций берется деформированный цилиндр с внешним радиусом R'_0 и внутренним радиусом r'_0 , полученными при расчете напряженно-деформированного состояния при нагружении давлением автофретирования p_{aut} . Затем определяют напряженно-деформированное состояние $\bar{\sigma}^0_{ij}$ и \bar{e}^0_{ij} фиктивного тела. В соответствии с принятым алгоритмом, последовательные приближения проводим при перемещении наружного радиуса оболочки в сторону уменьшения до тех пор, пока фиктивное давление не достигнет значения давления автофретирования с обратным знаком ($-p_{aut}$). Так как при разгрузке каждая точка деформированного цилиндра имеет свой профиль обратного нагружения, при определении секущего модуля будем использовать уравнение обратного нагружения (1.5):

$$\bar{E}_{sec}^{(k+1)} = \begin{cases} 3\bar{G}, \text{ при } \bar{e}_i^{(k+1)} \leq \bar{e}_{iY}, \\ \frac{\sigma_{iY} \left\{ \alpha_Y + (1 + a - \beta) \tanh \left[\gamma \left(\bar{e}_i^{(k+1)} - \bar{e}_{iY} \right) \right] + d \left(\bar{e}_i^{(k+1)} - \bar{e}_{iY} \right) \right\}}{\bar{e}_i^{(k+1)}}, \tag{4.2} \\ \text{при } \bar{e}_i^{(k+1)} > \bar{e}_{iY}. \end{cases}$$

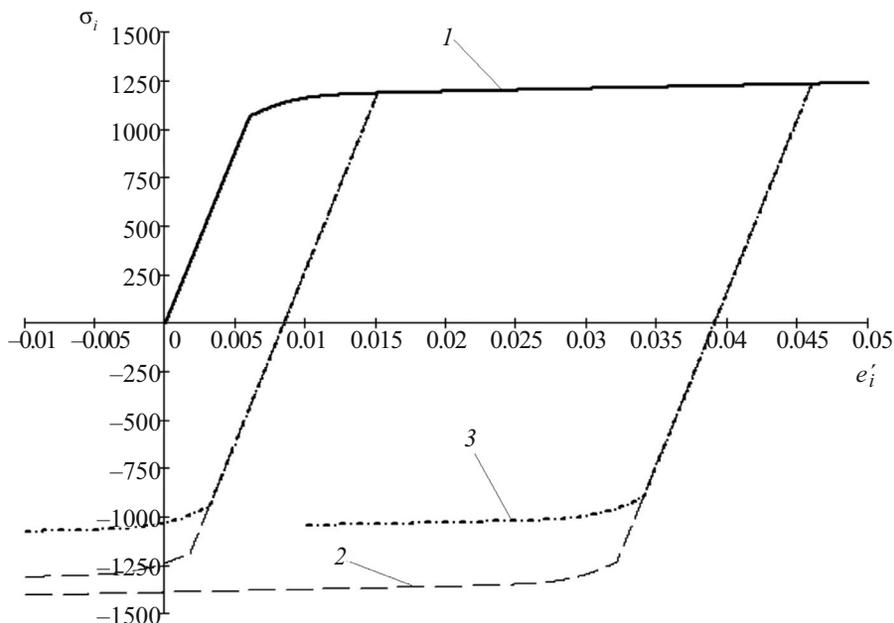


Рис. 4. Диаграмма деформирования для изотропной и кинематической модели упрочнения: 1 – прямое нагружение, 2 – обратное нагружение (изотропное упрочнение); 3 – обратное нагружение (кинематическое упрочнение) [24]. σ_i [МПа].

После определения напряженно-деформированного состояния фиктивного тела, определяем остаточные напряжения по формулам (4.1), присваивая значения напряжений и деформаций, определенных на момент разгрузки, напряжениям σ'_{ij} и деформациям e'_{ij} .

5. Оценка достоверности разработанной модели автофретирования. Для оценки достоверности разработанной модели гидравлического автофретирования, были проведены расчеты и сопоставление полученных результатов с расчетами других авторов при аналогичных исходных данных.

Как было отмечено во введении, наиболее универсальным методом численно-аналитического определения напряженно-деформированного состояния является метод переменных свойств материала [23]. Этот метод, так же как и метод переменных параметров упругости, позволяет учитывать упруго-пластическую анизотропию. В работе [24] представлены результаты расчетов этим методом для изотропного и кинематического упрочнения, а также проведено сопоставление полученных решений с решениями методом конечных элементов. Рассматривался случай автофретирования с продольным растяжением, возникающим только за счет давления на днище. Для расчетов был взят цилиндр с отношением радиусов $R_0/r_0 = 4.63$, нагруженный внутренним давлением 1720 МПа, и учитывалась сжимаемость материала – $\mu = 0.3$. Диаграмма деформирования материала при прямом и обратном нагружении [24] представлена на рис. 4. Диаграммы обратного нагружения построены таким

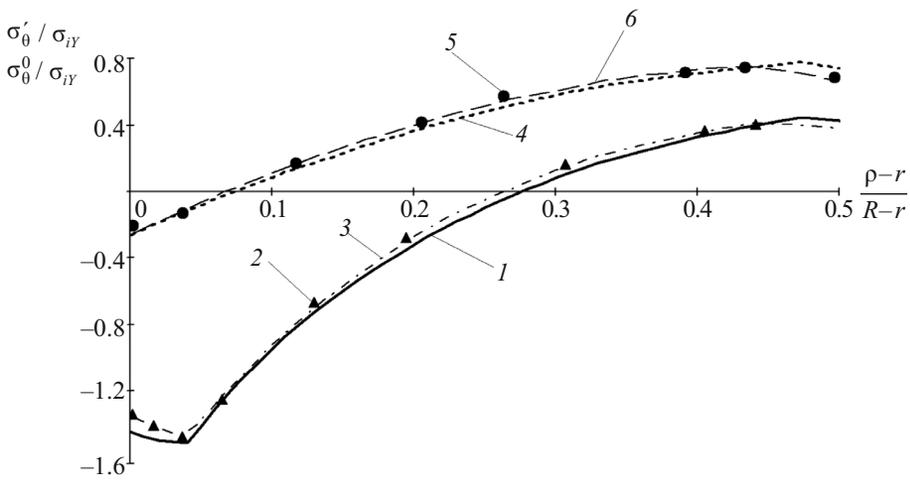


Рис. 5. Сравнение результатов расчета окружных напряжений σ'_θ в нагруженном состоянии (4, 5, 6) и остаточных окружных напряжений σ^0_θ (1, 2, 3) для изотропного упрочнения при $p_{\text{aut}} = 1720$ МПа; $S_{\text{overstr}} = 0.47$: 1, 4 – по методике данного исследования, 2, 5 – методом конечных элементов [24], 3, 6 – методом переменных свойств материала [24].

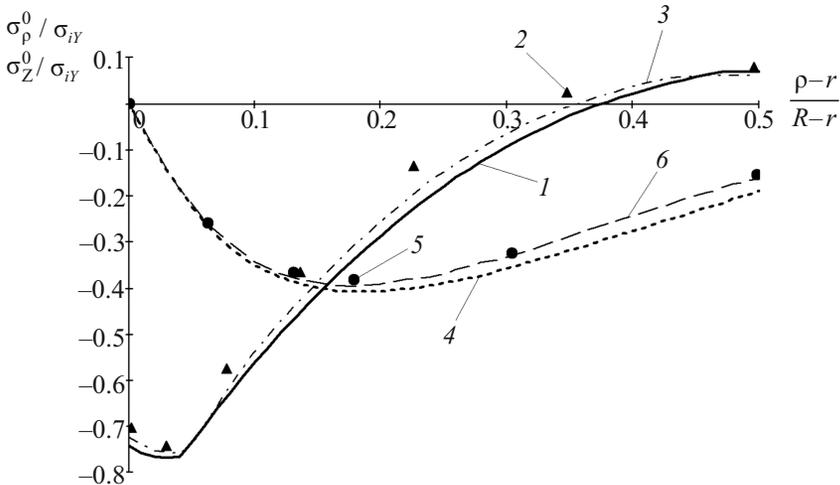


Рис. 6. Сравнение результатов расчета остаточных радиальных σ^0_ρ (4, 5, 6) и осевых σ^0_z напряжений для изотропного упрочнения (1, 2, 3) при $p_{\text{aut}} = 1720$ МПа; $S_{\text{overstr}} = 0.47$: 1, 4 – по методике данного исследования, 2, 5 – методом конечных элементов [24], 3, 6 – методом переменных свойств материала [24].

образом, что для определения напряжения, при котором возникают вторичные пластические деформации, используются уравнения (1.1) и (1.2) для изотропного и кинематического упрочнения соответственно.

На рис. 5 и 6 показано сравнение результатов расчета окружных напряжений в нагруженном состоянии σ'_θ и остаточных окружных σ^0_θ , радиальных σ^0_ρ

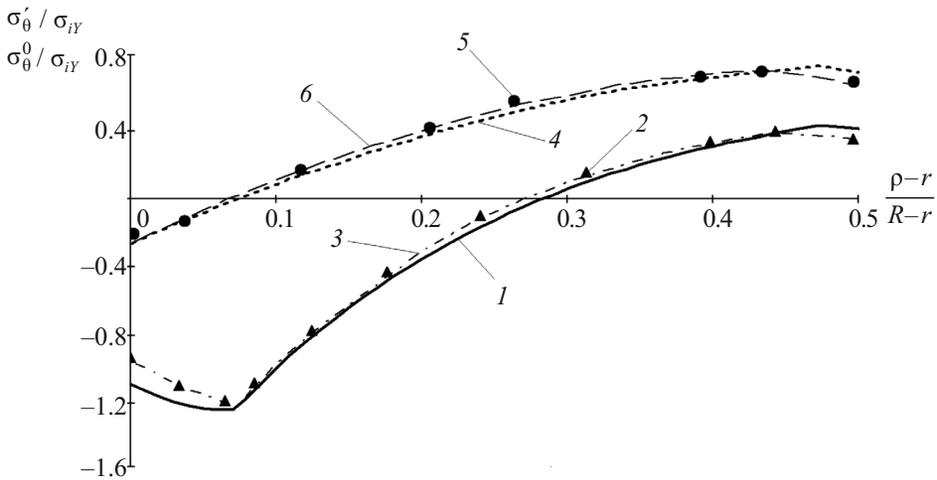


Рис. 7. Сравнение результатов расчета окружных напряжений σ'_θ в нагруженном состоянии (4, 5, 6) и остаточных окружных напряжений σ^0_θ (1, 2, 3) для кинематического упрочнения при $p_{\text{aut}} = 1720$ МПа; $S_{\text{overstr}} = 0.47$: 1, 4 — по методике данного исследования, 2, 5 — методом конечных элементов [24], 3, 6 — методом переменных свойств материала [24].

и осевых σ^0_z напряжений для изотропного упрочнения настоящим методом с результатами, полученными методом переменных свойств материала и методом конечных элементов [24]. Как видно из графиков, результаты хорошо согласуются, несмотря на различия в методах анализа. Небольшое отклонение в расчетах обусловлено тем, что при определении остаточных напряжений в предложенном методе учитывается изменение геометрии цилиндра в процессе разгрузки. Это, в свою очередь, несколько увеличивает величину пластической области по толщине трубы. Относительную величину пластической области определяем по формуле

$$S_{\text{overstr}} = \frac{R_{fr} - r}{R - r},$$

где R_{fr} — радиус раздела упругой и пластической области деформирования.

Если при внутреннем давлении 1720 МПа метод переменных свойств материала дает величину пластической области $S_{\text{overstr}} = 0.44$ от толщины цилиндра, то при расчете предложенным методом получаем $-S_{\text{overstr}} = 0.47$.

На рис. 7 и 8 показано сравнение результатов расчета для кинематического упрочнения. Как видно из графиков, результаты также хорошо согласуются и наблюдается небольшое отклонение, обусловленное увеличением пластической области.

Если откорректировать внутреннее давление таким образом, чтобы пластическая область составляла 44%, то, как видно из рис. 9–12, эпюры напряжений, полученные предложенным методом и методом переменных свойств металла, практически совпадают.

При расчете остаточных напряжений с учетом упругопластической анизотропии реального материала были использованы экспериментальные данные

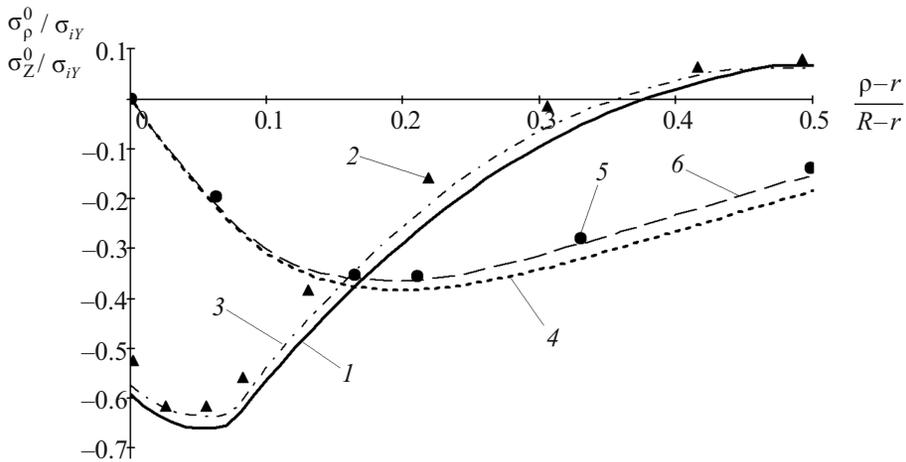


Рис. 8. Сопоставление результатов расчета остаточных радиальных σ_{ρ}^0 (4, 5, 6) и осевых σ_z^0 напряжений для кинематического упрочнения (1, 2, 3) при $p_{\text{aut}} = 1720$ МПа; $S_{\text{overstr}} = 0.47$: 1, 4 – по методике данного исследования, 2, 5 – методом конечных элементов [24], 3, 6 – методом переменных свойств материала [24].

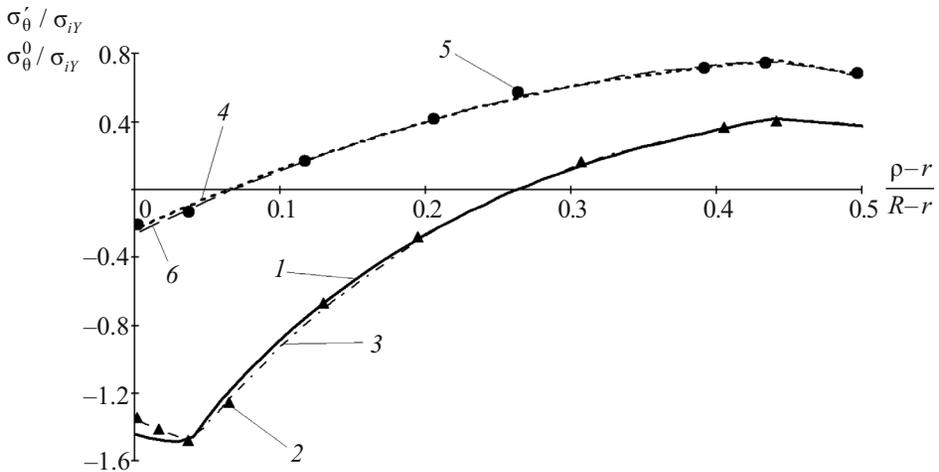


Рис. 9. Сопоставление результатов расчета окружных напряжений σ_{θ}' в нагруженном состоянии (4, 5, 6) и остаточных окружных напряжений σ_{θ}^0 (1, 2, 3) для изотропного упрочнения при $p_{\text{aut}} = 1679$ МПа; $S_{\text{overstr}} = 0.44$: 1, 4 – по методике данного исследования, 2, 5 – методом конечных элементов [24], 3, 6 – методом переменных свойств материала [24].

стали А723-1130 [22, 23] (аналог стали 38ХНЗМФА), изменение свойств которой можно описать уравнениями (4)–(9). Сравнение полученных результатов проводилось с использованием данных, представленных в работе [39]. В работе показаны только окружные напряжения, поскольку именно они определяют усталостную долговечность цилиндров, работающих под давлением.

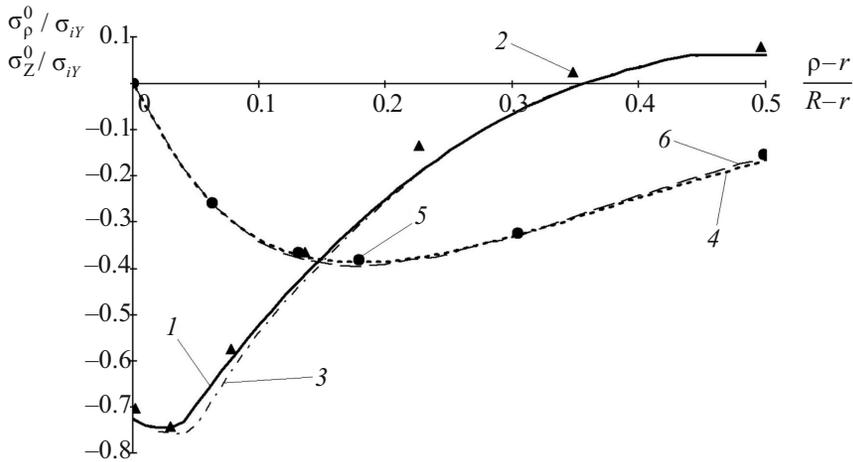


Рис. 10. Сопоставление результатов расчета остаточных радиальных σ_r^0 (4, 5, 6) и осевых σ_z^0 напряжений (1, 2, 3) для изотропного упрочнения при $p_{\text{aut}} = 1679$ МПа; $S_{\text{overstr}} = 0.44$: 1, 4 – по методике данного исследования, 2, 5 – методом конечных элементов [24], 3, 6 – методом переменных свойств материала [24].

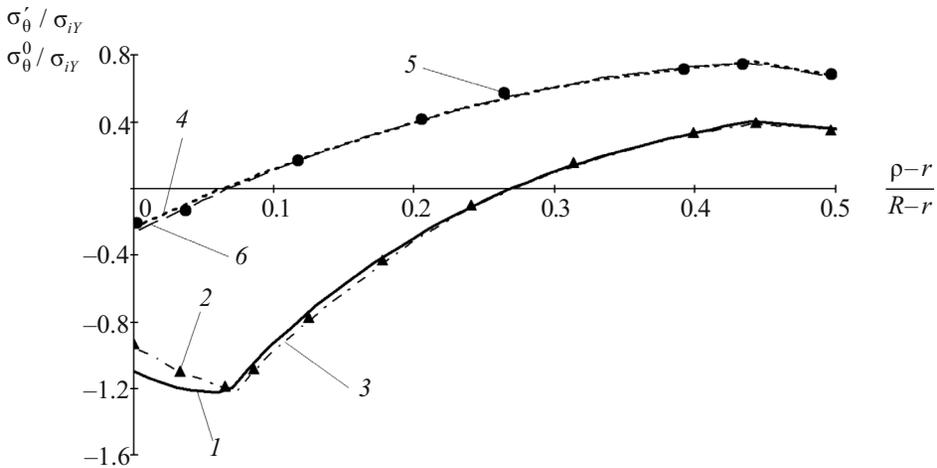


Рис. 11. Сопоставление результатов расчета окружных напряжений σ_θ' в нагруженном состоянии (4, 5, 6) и остаточных окружных напряжений σ_θ^0 (1, 2, 3) для кинематического упрочнения при $p_{\text{aut}} = 1679$ МПа; $S_{\text{overstr}} = 0.44$: 1, 4 – по методике данного исследования, 2, 5 – методом конечных элементов [24], 3, 6 – методом переменных свойств материала [24].

Расчеты проводились для двух толщин стенок, определяемых отношением радиусов $R_0/r_0 = 2$ и $R_0/r_0 = 2.25$, при относительной толщине пластической области 0.7.

На рис. 13 и рис. 14 представлены полученные результаты. Как видно из сопоставления полученных результатов, численно-аналитические расчеты по предложенной методике и по методу переменных свойств материала

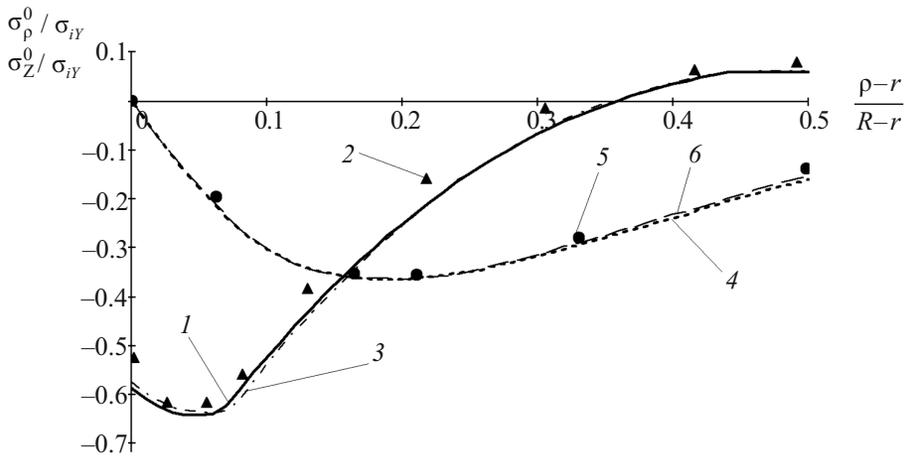


Рис. 12. Сопоставление результатов расчета остаточных радиальных σ_p^0 (4, 5, 6) и осевых напряжений σ_z^0 (1, 2, 3) для кинематического упрочнения при $p_{\text{аут}} = 1679$ МПа; $S_{\text{overstr}} = 0.44$: 1, 4 – по методике данного исследования, 2, 5 – методом конечных элементов [24], 3, 6 – методом переменных свойств материала [24].

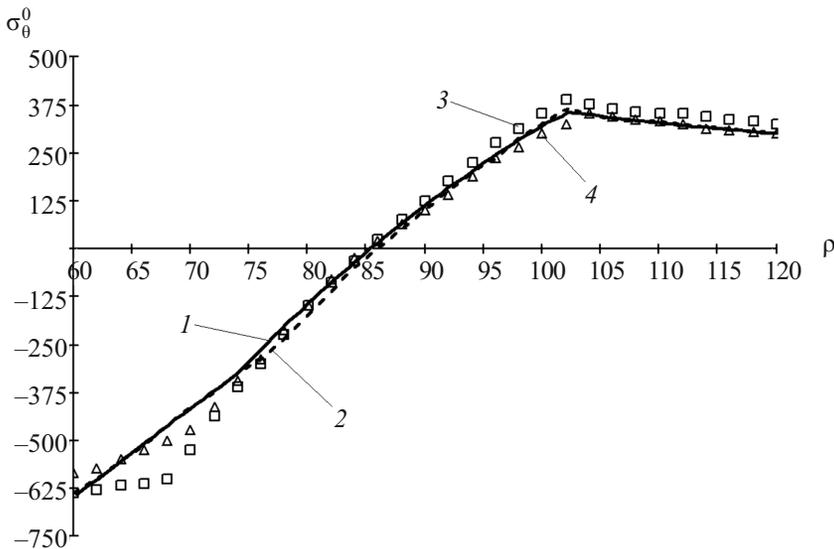


Рис. 13. Окружные остаточные напряжения σ_θ^0 , полученные разными расчетными методами при $R_0/r_0 = 2$; $S_{\text{overstr}} = 0.7$: 1 – по методике данного исследования, 2 – методом переменных свойств материала [39], 3 – методом конечных элементов в случае плоской деформации [39], 4 – методом конечных элементов в случае плоского напряженного состояния [39]. σ_θ^0 [МПа], ρ [мм].

практически совпадают, что подтверждает результаты, полученные при изотропной и кинематической моделях упрочнения. При решении методом конечных элементов наблюдаются некоторые отклонения, которые объясняются

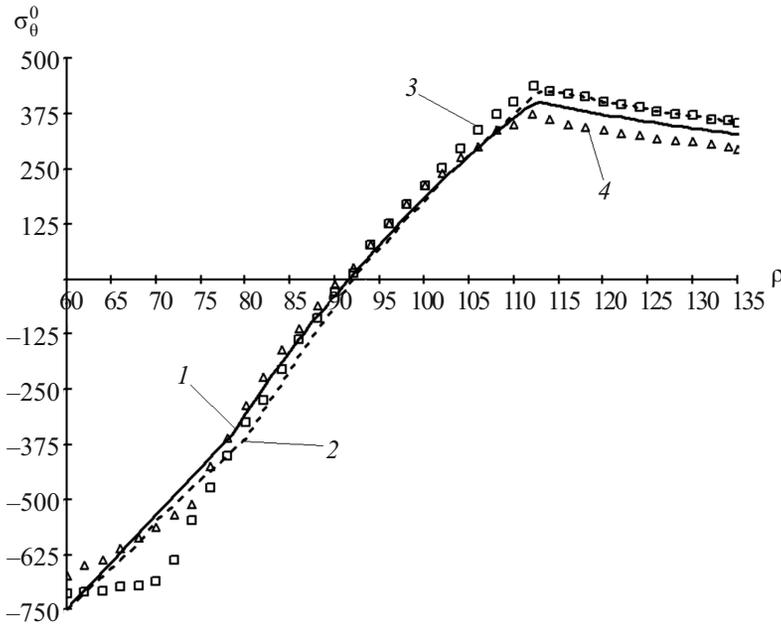


Рис. 14. Окружные остаточные напряжения σ_{θ}^0 , полученные разными расчетными методами при $R_0/r_0 = 2.25$; $S_{\text{overstr}} = 0.7$: 1 – по методике данного исследования, 2 – методом переменных свойств материала [39], 3 – методом конечных элементов в случае плоской деформации [39], 4 – методом конечных элементов в случае плоского напряженного состояния [39]. σ_{θ}^0 [МПа], ρ [мм].

авторами работы [39] разными поверхностями пластичности, принятыми при расчетах.

Анализ результатов, полученных при расчетах по предлагаемой методике. На рис. 15–18 представлены результаты расчетов параметров, характеризующих изменение механических свойств материала, таких как модуль упругости \bar{E} и предел пластичности $\bar{\sigma}_{iy}$, по толщине цилиндрической оболочки вследствие пластических деформаций и эффекта Баушингера при различных значениях величины пластической области при автофретировании для различных толщин оболочки: $R_0/r_0 = 2$, $R_0/r_0 = 3$. Эти параметры определяют приобретенную деформационную анизотропию [3].

Как видно из рисунков, эти параметры существенно изменяются в зависимости от величины пластической области при автофретировании, так как эффект Баушингера сильно зависит от предшествующей пластической деформации. При увеличении толщины оболочки изменение этих параметров более интенсивное.

На рис. 19 и рис. 20 представлены графики изменения остаточных окружных напряжений σ_{θ}^0 по толщине оболочки при различных значениях величины пластической области при автофретировании для различных толщин оболочки: $R_0/r_0 = 2$, $R_0/r_0 = 3$.

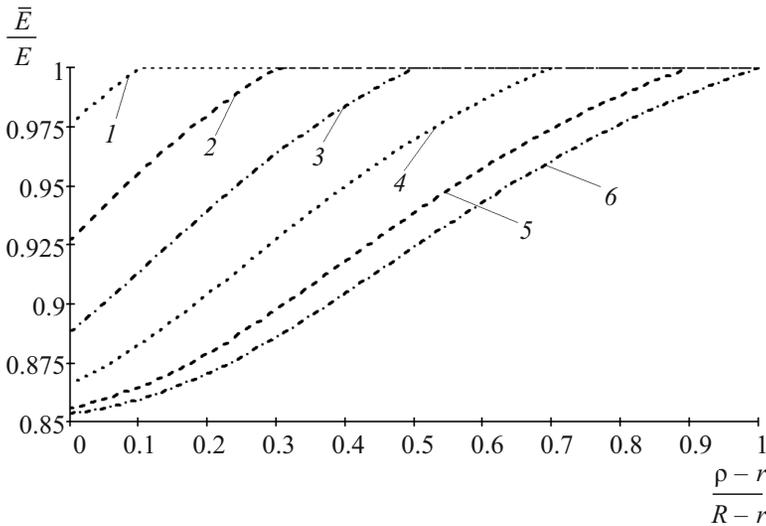


Рис. 15. Относительное изменение модуля упругости \bar{E} при разгрузке-сжатии по толщине оболочки при различных значениях величины пластической области при автофретировании для $R_0/r_0=2$: 1 – $S_{\text{overstr}}=0.1$; 2 – $S_{\text{overstr}}=0.3$; 3 – $S_{\text{overstr}}=0.5$; 4 – $S_{\text{overstr}}=0.7$; 5 – $S_{\text{overstr}}=0.9$; 6 – $S_{\text{overstr}}=1.0$.

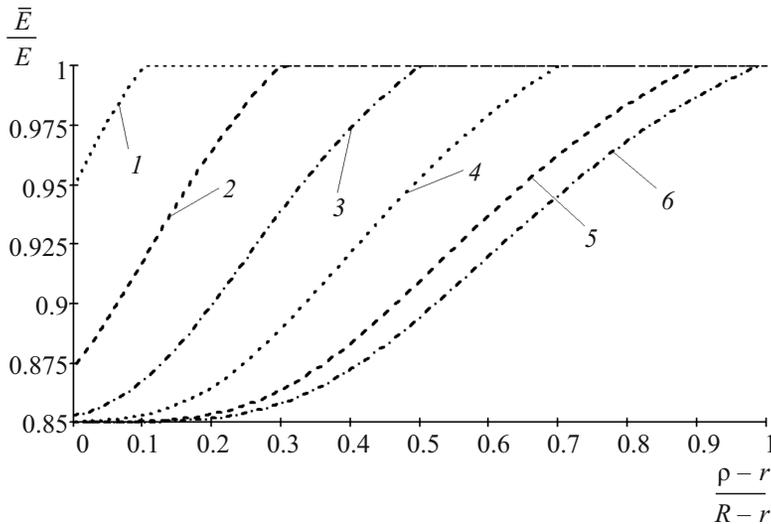


Рис. 16. Относительное изменение модуля упругости \bar{E} при разгрузке-сжатии по толщине оболочки при различных значениях величины пластической области при автофретировании для $R_0/r_0=3$: 1 – $S_{\text{overstr}}=0.1$; 2 – $S_{\text{overstr}}=0.3$; 3 – $S_{\text{overstr}}=0.5$; 4 – $S_{\text{overstr}}=0.7$; 5 – $S_{\text{overstr}}=0.9$; 6 – $S_{\text{overstr}}=1.0$.

Как видно из рисунков, при увеличении пластической области величины сжимающих остаточных окружных напряжений $\sigma_{\theta|_r}^0$ на внутренней

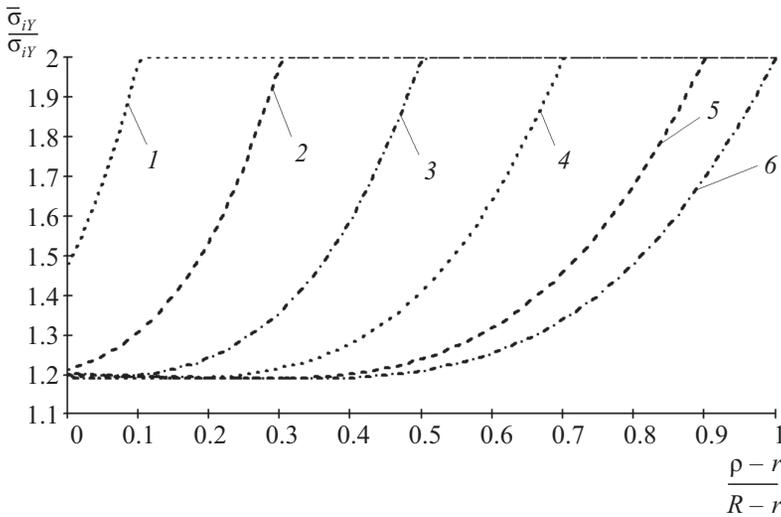


Рис. 17. Относительное изменение предела текучести $\bar{\sigma}_{iY} = \alpha_Y \sigma_{iY}$ при разгрузке-сжатии по толщине оболочки при различных значениях величины пластической области при автофретировании для $R_0/r_0=2$: 1 – $S_{overstr}=0.1$; 2 – $S_{overstr}=0.3$; 3 – $S_{overstr}=0.5$; 4 – $S_{overstr}=0.7$; 5 – $S_{overstr}=0.9$; 6 – $S_{overstr}=1.0$.

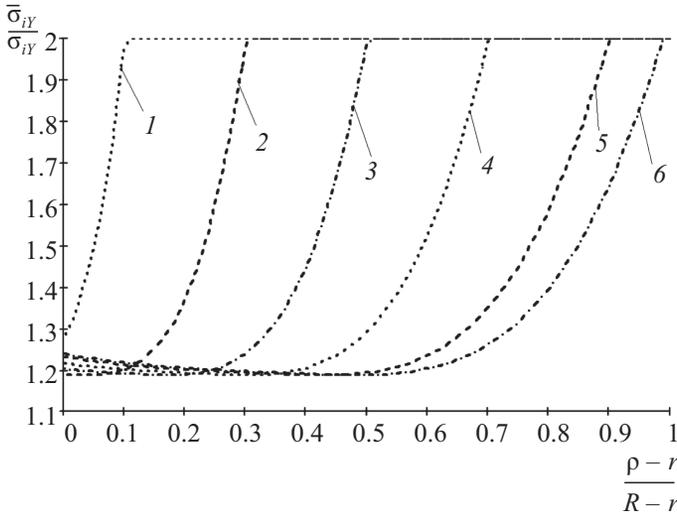


Рис. 18. Относительное изменение предела текучести $\bar{\sigma}_{iY} = \alpha_Y \sigma_{iY}$ при разгрузке-сжатии по толщине оболочки при различных значениях величины пластической области при автофретировании для $R_0/r_0=3$: 1 – $S_{overstr}=0.1$; 2 – $S_{overstr}=0.3$; 3 – $S_{overstr}=0.5$; 4 – $S_{overstr}=0.7$; 5 – $S_{overstr}=0.9$; 6 – $S_{overstr}=1.0$.

поверхности оболочки сначала увеличивается, затем остается практически постоянной. Причем, при увеличении толщины оболочки такая стабилизация происходит раньше.

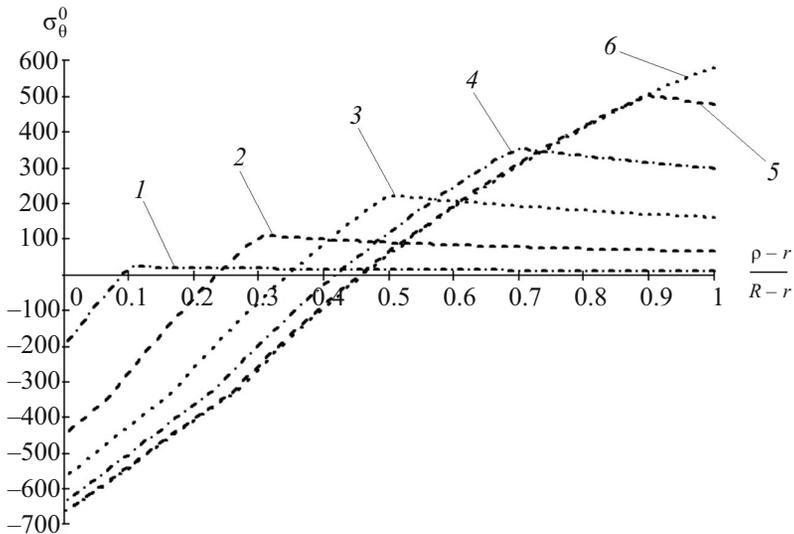


Рис. 19. Распределение остаточных окружных напряжений σ_{θ}^0 по толщине оболочки при различных значениях величины пластической области при автофретировании для $R_0/r_0=2$: 1 – $S_{\text{overstr}}=0.1$; 2 – $S_{\text{overstr}}=0.3$; 3 – $S_{\text{overstr}}=0.5$; 4 – $S_{\text{overstr}}=0.7$; 5 – $S_{\text{overstr}}=0.9$; 6 – $S_{\text{overstr}}=1.0$. σ_{θ}^0 [МПа].

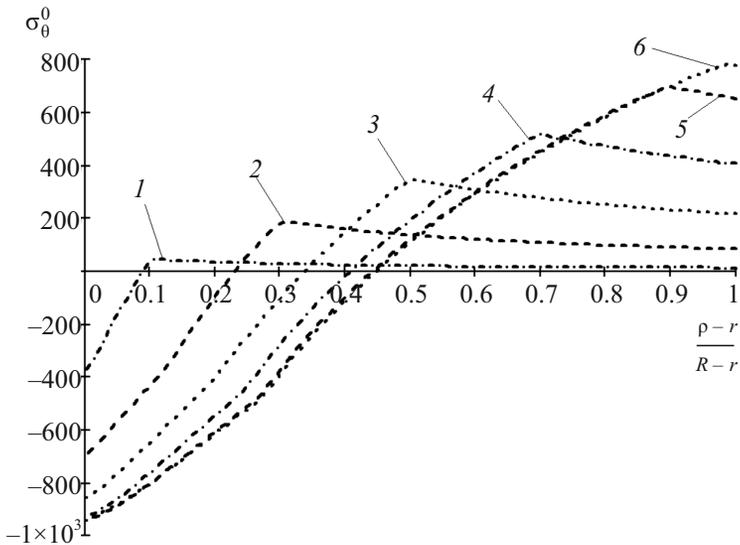


Рис. 20. Распределение остаточных окружных напряжений σ_{θ}^0 по толщине оболочки при различных значениях величины пластической области при автофретировании для $R_0/r_0=3$: 1 – $S_{\text{overstr}}=0.1$; 2 – $S_{\text{overstr}}=0.3$; 3 – $S_{\text{overstr}}=0.5$; 4 – $S_{\text{overstr}}=0.7$; 5 – $S_{\text{overstr}}=0.9$; 6 – $S_{\text{overstr}}=1.0$. σ_{θ}^0 [МПа].

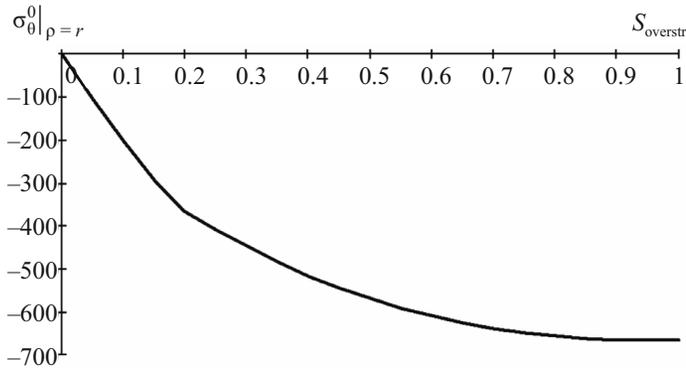


Рис. 21. Изменение сжимающих остаточных окружных напряжений $\sigma_{\theta|_{\rho=r}}^0$ на внутренней поверхности оболочки при изменении величины пластической области при автофретировании для $R_0/r_0 = 2$. $\sigma_{\theta|_{\rho=r}}^0$ [МПа].

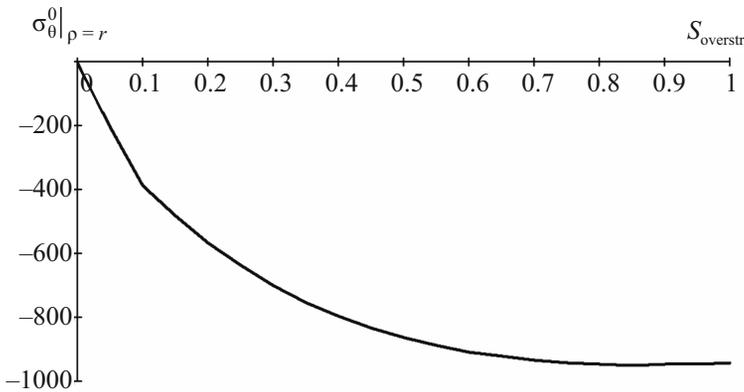


Рис. 22. Изменение сжимающих остаточных окружных напряжений $\sigma_{\theta|_{\rho=r}}^0$ на внутренней поверхности оболочки при изменении величины пластической области при автофретировании для $R_0/r_0 = 3$. $\sigma_{\theta|_{\rho=r}}^0$ [МПа].

Для определения характера изменения сжимающих остаточных окружных напряжений $\sigma_{\theta|_{\rho=r}}^0$ на внутренней поверхности оболочки при изменении величины пластической области были построены графики для различных толщин оболочки, представленные на рис. 21 и рис. 22.

Как видно из рисунков, при $R_0/r_0 = 2$ стабилизация сжимающих остаточных окружных напряжений на внутренней поверхности оболочки наблюдается при $S_{overstr} \approx 0.9$, а при $R_0/r_0 = 3$ при $S_{overstr} \approx 0.8$. Таким образом, можно говорить о рациональном размере пластической области и, соответственно, о давлении автофретирования, при котором дальнейшее увеличение давления не дает увеличение несущей способности оболочки. Так, например, как следует из рисунков 21 и 22, для цилиндрической оболочки из стали А723-1130 при $R_0/r_0 = 2$ это соответствует пластической области $S_{overstr} \approx 0.9$ и давлению $p_{aut} \approx 892$ МПа, а для $R_0/r_0 = 3$ — $S_{overstr} \approx 0.8$ и $p_{aut} \approx 1388$ МПа.

Выводы. Представленные результаты позволяют сделать некоторые общие выводы:

– Предложенный метод обеспечивает полное упругопластическое решение процесса гидравлического автофретирования с учетом сжимаемости материала.

– Метод использует реальную диаграмму деформирования материала, как при нагрузке, так и при разгрузке. Позволяет моделировать поверхность обратной пластичности при использовании изотропной, кинематической и нелинейной кинематической модели упрочнения.

– Остаточные напряжения, определенные предложенным методом, очень хорошо согласуются с результатами, полученными различными авторами и различными методами расчета для реального материала с учетом возникающей в процессе нагружения упругопластической анизотропии, вызванной эффектом Баушингера.

– Анализ современных методов определения напряженно-деформированного состояния (кроме методов конечных элементов) показал, что предложенный метод является более точным и простым с точки зрения реализации, так как не требует предварительного решения упругой задачи (задачи Ламе), а позволяет использовать интегральные уравнения равновесия и совместности деформаций, которые записаны в координатах Эйлера для нелинейных мер деформации.

– Анализ результатов, полученных при расчетах по предлагаемой методике, показал, что при соответствующих условиях можно определить рациональный размер пластической области и, соответственно, давление автофретирования, при котором дальнейшее увеличение давления не обеспечивает увеличения несущей способности оболочки.

Благодарности. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-79-10114 (<https://rscf.ru/project/22-79-10114/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fryer D.M., Fryer D.M., Harvey J.F.* High Pressure Vessels. Harvey, Boston: Springer, 2012. 216 p.
2. *Shufen R., Shufen R., Dixit U.S.* A review of theoretical and experimental research on various autofrettage processes // *J. Press. Vessel Technol.* 2018. V. 140. № 5. P. 15.
3. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 399 с.
4. *Kholdi M., Loghman A., Ashrafi H.* Analysis of thick-walled spherical shells subjected to external pressure: Elastoplastic and residual stress analysis // *Proc. Inst. Mech. Eng., Part L.* 2020. V. 234. № 1. P. 186–197.
<https://doi.org/10.1177/1464420719882958>
5. *Huang X.P., Cheng C.W.* Autofrettage analysis of thick-walled cylinder based on tensile-compressive curve of material // *Key Engineering Materials.* 2004. V. 274–276. P. 1035–1040.
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.274-276.1035>
6. *Chen P.C.T.* The Bauschinger and hardening effect on residual stresses in an autofrettaged thick-walled cylinder // *J. Pressure Vessel Technol.* 1986. V. 108. № 1. P. 108–112.
<https://doi.org/10.1115/1.3264743>

7. *Huang X.P.* A general autofrettage model of a thick-walled cylinder based on tensile–compressive stress–strain curve of a material // *J. Strain Anal. Eng. Design*. 2005. V. 40. № 6. P. 599–607.
<https://doi.org/10.1243/030932405X16070>
8. *Hu Z., Penumarthy C.* Computer modeling and optimization of swage autofrettage process of a thick-walled cylinder incorporating Bauschinger effect // *American Transactions on Engineering & Applied Sciences*. 2014. V. 3. № 1. P. 31–63.
9. *Perl M., Perry J.* An experimental-numerical determination of the three-dimensional autofrettage residual stress field incorporating Bauschinger effects // *J. Press. Vessel Technol.* 2006. V. 128. № 2. P. 173–178.
<https://doi.org/10.1115/1.2172959>
10. *Hu Z., Parker A.P.* Swage autofrettage analysis – Current status and future prospects // *Inter. J. Press. Vessels Piping*. 2019. V. 171. P. 233–241.
<https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2019.03.007>
11. *Zare H.R., Darijani H.* A novel autofrettage method for strengthening and design of thick-walled cylinders // *Mater. Des.* 2016. V. 105. P. 366–374.
<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2016.05.062>
12. *Zare H.R., Darijani H.* Strengthening and design of the linear hardening thickwalle cylinders using the new method of rotational autofrettage // *Int. J. Mech. Sci.* 2017. V. 124–125. P. 1–8.
<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.02.015>
13. *Kamal S.M.* Estimation of optimum rotational speed for rotational autofrettage of disks incorporating Bauschinger effect // *Mech. Base. Des. Struct. Mach.* 2020. № 50. № 7. P. 1–20. <http://dx.doi.org/10.1080/15397734.2020.1780608>
14. *Москвитин В.В.* Пластичность при переменных нагружениях. М.: Изд-во МГУ, 1965. 263 с.
15. *Feoktistov S.I., Andrianov I.K.* Analytical description of the Bauschinger effect using experimental data and the generalized Masing principle // *Mater. Phys. Mech.* 2024. V. 52. № 1. P. 49–59.
http://dx.doi.org/10.18149/MPM.5212024_5
16. *Адигамов Р.Р., Андреев В.А., Розачев С.О., Федотов Е.С., Хадеев Г.Е., Юсупов В.С.* Проявление эффекта Баушингера при знакопеременной деформации // *Черная металлургия: Известия вузов*. 2022. Т. 65. № 7. С. 455–466.
<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-7-455-466>
17. *Пыхтунова С.В.* К вопросу об эффекте Баушингера // *Качество в обработке материалов*. 2015. № 1(3). С. 75–77.
18. *Нигматуллин В.И.* Экспериментальное исследование влияния предварительной пластической деформации на поведение конструкционных сталей при обратном нагружении // *Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова*. 2011. № 60. С. 119–132.
19. *Perry J., Perl M., Shneck R., Haroush S.* The Influence of the Bauschinger Effect on the Yield Stress, Young’s Modulus, and Poisson’s Ratio of a Gun Barrel Steel // *J. Press. Vessel Technol.* 2006. V. 128. № 2. P. 179–184.
<https://doi.org/10.1115/1.2172962>
20. *Dell H.D., Eliseev V.V., Shapievskaaya V.A.* Experimental study of the bauschinger effect for anisotropic metals // *Mechanics of Solids*. 2014. V. 49. № 5. P. 561–567.
<https://doi.org/10.3103/S0025654414050070>
21. *Parker A.P.* Characterization of steels using a revised kinematic hardening model incorporating Bauschinger effect // *J. Press. Vessel Technol.* 2003. V. 125. № 3. P. 277–281.
<https://doi.org/10.1115/1.1593071>

22. *Hu Z., Parker A.P.* Implementation and validation of true material constitutive model for accurate modeling of thick-walled cylinder swage autofrettage // *Int. J. Press. Vessels and Piping*. 2021. V. 191. P. 1–10.
<https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2021.104378>
23. *Faghih S., Jahed H., Behravesht S.* Variable Material Properties Approach: A Review on Twenty Years of Progress // *J. Press. Vessel Technol.* 2018. V. 140. № 5. P. 050803.
<https://doi.org/10.1115/1.4039068>
24. *Jahed H., Dubey R.N.* An Axisymmetric Method of ElasticPlastic Analysis Capable of Predicting Residual Stress Field // *ASME J. Press. Vessel Technology*. 1997. V. 119. № 3. P. 264–273.
<https://doi.org/10.1115/1.2842303>
25. *Биргер И.А.* Круглые пластинки и оболочки вращения. М.: Оборонгиз, 1961. 368 с.
26. *Биргер И.А., Мавлютов Р.Р.* Соппротивление материалов. М.: Наука, 1986. 560 с.
27. *Писаренко Г.С., Можаровский Н.С.* Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. Киев: Наук. Думка, 1981. 496 с.
28. *Крыжевич Г.Б., Филатов А.Р.* Модель упругопластического деформирования алюминиевых сплавов и критерии малоциклового усталости конструкций // *Труды Крыловского государственного научного центра*. 2018. Спец. Вып. № 2. С. 85–95.
<https://doi.org/10.24937/2542-2324-2018-2-S-I-85-95>
29. *Feoktistov S.I., Andrianov I.K.* Method for calculating the forming limit of a pipe blank under expansion taking into account nonlinear plasticity // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2023. V. 64. № 4. P. 721–727.
<https://doi.org/10.1134/s0021894423040193>
30. *Durban D.* Large strain solution for pressurized elasto/plastic tubes // *J. Appl. Mech, Trans. ASME*. 1979. V. 46. № 1. P 228–230.
<https://doi.org/10.1115/1.3424511>
31. *Durban D.* A finite strain axially-symmetric solution for elastic tubes // *Int. J. Solids Struct.* 1988. V. 24. № 7. P. 675–682.
[https://doi.org/10.1016/0020-7683\(88\)90016-9](https://doi.org/10.1016/0020-7683(88)90016-9)
32. *Durban D.* Finite straining of pressurized compressible elastoplastic tubes // *Int. J. Eng.* 1988. V. 26. № 9. P. 939–950.
[https://doi.org/10.1016/0020-7225\(88\)90023-7](https://doi.org/10.1016/0020-7225(88)90023-7)
33. *Durban D., Kubi M.* A General solution for the pressurized elastoplastic tube // *J. Appl. Mech.* 1992. № 59. № 1. P. 20–26.
<https://doi.org/10.1115/1.2899431>
34. *Феоктистов С.И. Андрианов И.К.* Уравнения совместности логарифмических деформаций в координатах Эйлера для решения осесимметричных процессов обработки металлов давлением // *Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета*. 2021. № 7 (55). С. 26–30.
<https://doi.org/10.17084/20764359-2021-55-26>
35. *Durban D., Kubi M.* A General solution for the pressurized elastoplastic tube // *J. Appl. Mech.* 1992. V. 59. № 1. P. 20–26.
<https://doi.org/10.1115/1.2899431>
36. *Феоктистов С.И., Андрианов И.К., Тхет Л.* Моделирование напряженно-деформированного состояния толстостенных цилиндрических оболочек с учетом физической нелинейности материала // *Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета*. 2022. № 3 (59). С. 12–20.
<https://doi.org/10.17084/20764359-2022-59-12>

37. *Andrianov I.K., Feoktistov S.I.* Inverse problem of elastic-plastic deformation of a free thick-walled cylindrical shell taking into account the nonlinear law of hardening // *Problems of Strength and Plasticity*. 2024. V. 86. № 3. P. 259–269.
<https://doi.org/10.32326/1814-9146-2024-86-3-259-269>
38. *Смирнов-Аляев Г.А.* Теория автоскрепления цилиндров. М.: Оборонгиз, 1940. 284 с.
39. *Troiano E., Underwood J.H., Parker A.P.* Finite Element Investigation of Bauschinger Effect in High-Strength A723 Pressure Vessel Steel // *J. Press. Vessel Technol.* 2006. V. 128. № 2. P. 185–189.
<https://doi.org/10.1115/1.2172616>

MODELING OF HYDRAULIC AUTOFRETTAGE OF THICK-WALLED CYLINDRICAL SHELLS TAKING INTO ACCOUNT ELASTOPLASTIC ANISOTROPY CAUSED BY THE BAUSHINGER EFFECT

S. I. Feoktistov^{a, *}, I. K. Andrianov^{a, **}, Htet Lin^{a, ***}

^a*Komsomolsk-na-Amure State University*

*E-mail: serg_feo@mail.ru, **e-mail: ivan_andrianov_90@mail.ru,

*** e-mail: linhtetnaining513028@gmail.ru

The present work is aimed at developing a method for calculating residual stresses during autofrettage of cylindrical shells, allowing for elastic-plastic anisotropy caused by the Bauschinger effect. The proposed calculation method is based on the joint solution by the method of variable elasticity parameters of integral equations of equilibrium and compatibility of deformations, written in Euler coordinates for nonlinear deformation measures. The results of the work are in good agreement with the results of other authors obtained with similar initial data.

Keywords: hydraulic autofretting, elastoplastic anisotropy, Bauschinger effect, secondary plastic deformations, nonlinear hardening law

REFERENCES

1. *Fryer D.M., Fryer D.M., Harvey J.F.* High Pressure Vessels. Harvey – Boston: Springer, 2012. 216 p.
2. *Shufen R., Shufen R., Dixit U.S.* A review of theoretical and experimental research on various autofrettage processes // *Pressure Vessel Technol.* 2018. V. 140. № 5. P. 15.
3. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 399 с.
4. *Kholdi M., Loghman A., Ashrafi H.* Analysis of thick-walled spherical shells subjected to external pressure: Elastoplastic and residual stress analysis // *Proc IMechE Part L: J Materials: Design and Applications*. 2020. V. 234. № 1. P. 186–197.
5. *Huang X.P., Cheng C.W.* Autofrettage analysis of thick-walled cylinder based on tensile-compressive curve of material // *Key Engineering Materials*. 2004. № 274–276. P. 1035–1040.
6. *Chen P.C.* The Bauschinger and hardening effect on residual stresses in an autofrettaged thick-walled cylinder // *Pressure Vessel Technol.* 1986. V. 108. № 1. P. 108–112.

7. *Huang X.P.* A general autofrettage model of a thick-walled cylinder based on tensile–compressive stress–strain curve of a material // Submitted to Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 2005. V. 40. № 6. P. 599–607.
8. *Hu Z., Penumarthy C.* Computer modeling and optimization of swage autofrettage process of a thick-walled cylinder incorporating Bauschinger effect // American Transactions on Engineering & Applied Sciences. 2014. V. 3. № 1. P. 31–63.
9. *Perl M., Perry J.* An Experimental-Numerical Determination of the Three-Dimensional Autofrettage Residual Stress Field Incorporating Bauschinger Effects // Journal of Pressure Vessel Technology. 2006. V. 128. № 2. P. 173–178.
10. *Hu Z., Parker A.P.* Swage autofrettage analysis – Current status and future prospects // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2019. № 171. P. 233–241.
11. *Zare H.R., Darijani H.* A novel autofrettage method for strengthening and design of thick-walled cylinders // Mater. Des. 2016. № 105. P. 366–374.
12. *Zare H.R., Darijani H.* Strengthening and design of the linear hardening thickwalle cylinders using the new method of rotational autofrettage // Int. J. Mech. Sci. 2017. № 124–125. P. 1–8.
13. *Kamal S.M.* Estimation of optimum rotational speed for rotational autofrettage of disks incorporating Bauschinger effect // Mech. Base. Des. Struct. Mach. 2020. V. 50. № 7. P. 1–20.
<https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1780608>
14. *Moskvitin V.V.* Plasticity under variable loading. Moscow: Moscow State University Publishing House, 1965. 263 p.
15. *Feoktistov S.I., Andrianov I.K.* Analytical description of the Bauschinger effect using experimental data and the generalized Masing principle // Materials Physics and Mechanics. 2024. V. 52, № 1. P. 49–59.
https://doi.org/10.18149/MPM.5212024_5
16. *Adigamov R.R., Andreev V.A., Rogachev S.O., Fedotov E.S., Khadeev G.E., Yusupov V.S.* Manifestation of the Bauschinger effect under alternating deformation // Ferrous metallurgy: News of universities. 2022. V. 65. № 7. P. 455–466.
17. *Pykhtunova S.V.* On the issue of the Bauschinger effect // Quality in materials processing. 2015. V. 1. № 3. P. 75–77.
18. *Nigmatullin V.I.* Experimental study of the influence of preliminary plastic deformation on the behavior of structural steels under reverse loading // Proceedings of the Central Research Institute named after academician A.N. Krylov. 2011. № 60. P. 119–132.
19. *Perry J., Perl M., Shneck R., Haroush S.* The Influence of the Bauschinger Effect on the Yield Stress, Young’s Modulus, and Poisson’s Ratio of a Gun Barrel Steel // Journal of Pressure Vessel Technology. 2006. № 128. P. 179–184.
<https://doi.org/10.1115/1.2172962>
20. *Dell H.D., Eliseev V.V., Shapievskaia V.A.* Experimental Study of the Bauschinger Effect for Anisotropic Metals // Mechanics of Solids. 2014. V. 49. № 5. P. 561–567.
21. *Parker A.P.* Characterization of Steels Using a Revised Kinematic Hardening Model Incorporating Bauschinger Effect // Journal of Pressure Vessel Technology. 2003. № 125. P. 277–281.
<https://doi.org/10.1115/1.1593071>
22. *Hu Z., Parker A.P.* Implementation and validation of true material constitutive model for accurate modeling of thick-walled cylinder swage autofrettage // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2021. V. 191. P. 1–10.
23. *Faghih S., Jahed H., Behraves S.* Variable Material Properties Approach: A Review on Twenty Years of Progress // Journal of Pressure Vessel Technol. 2018. V. 140. № 5. P. 050803.
<https://doi.org/10.1115/1.4039068>

- URL: <https://asmedigitalcollection.asme.org/pressurevesseltech/article-abstract/140/5/050803/366265/Variable-Material-Properties-Approach-A-Review-on?redirectedFrom=fulltext> (дата обращения: 01.03.2024)
24. *Jahed H., Dubey R.N.* An Axisymmetric Method of Elastic-Plastic Analysis Capable of Predicting Residual Stress Field, *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*. 1997. V. 119. № 3. P. 264–273.
 25. *Birger I.A.* Round plates and shells of revolution. Moscow: Oborongiz, 1961. 368 p.
 26. *Birger I.A., Mavlyutov R.R.* Strength of materials. Moscow: Nauka, 1986. 560 p.
 27. *Pisarenko G.S., Mozharovsky N.S.* Equations and boundary value problems of the theory of plasticity and creep. Kyiv: Nauk. Dumka, 1981. 496 p.
 28. *Kryzhevich G.B., Filatov A.R.* Model of elastic-plastic deformation of aluminum alloys and criteria for low-cycle fatigue of structures // *Proceedings of the Krylov State Research Center*. 2018. Special issue № 2. P. 85–95.
 29. *Feoktistov S.I., Andrianov I.K.* Method for calculating the forming limit of a pipe blank under expansion taking into account nonlinear plasticity // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2023. V. 64. № 4. P. 721–727.
<https://doi.org/10.1134/s0021894423040193>
 30. *Durban D.* Large strain solution for pressurized elasto/plastic tubes // *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*. 1979. V. 46. № 1. P. 228–230.
<https://doi.org/10.1115/1.3424511>
 31. *Durban D.* A finite strain axially-symmetric solution for elastic tubes // *International Journal of Solids and Structures*. 1988. V. 24. № 7. P. 675–682.
[https://doi.org/10.1016/0020-7683\(88\)90016-9](https://doi.org/10.1016/0020-7683(88)90016-9)
 32. *Durban D.* Finite straining of pressurized compressible elastoplastic tubes // *International Journal of Engineering Science*. 1988. V. 26. № 9. P. 939–950.
[https://doi.org/10.1016/0020-7225\(88\)90023-7](https://doi.org/10.1016/0020-7225(88)90023-7)
 33. *Durban D., Kubi M.* A General Solution for the Pressurized Elastoplastic Tube. *Journal of Applied Mechanics*. 1992. V. 59. № 1. P. 20–26.
<https://doi.org/10.1115/1.2899431>
 34. *Feoktistov S.I., Andrianov I.K.* Compatibility equations of logarithmic deformations in Euler coordinates for solving axisymmetric metal forming processes // *Scientific notes of Komsomolsk-on-Amur State Technical University*. 2021. V. 7. № 55. P. 26–30.
 35. *Durban D., Kubi M.* A General Solution for the Pressurized Elastoplastic Tube // *Journal of Applied Mechanics*. 1992. V. 59. № 1. P. 20–26.
<https://doi.org/10.1115/1.2899431>
 36. *Feoktistov S.I., Andrianov I.K., Htet L.* Modeling the stress-strain state of thick-walled cylindrical shells taking into account the physical nonlinearity of the material // *Scientific notes of Komsomolsk-on-Amur State Technical University*. 2022. V. 3. № 59. P. 12–20.
 37. *Andrianov I.K., Feoktistov S.I.* Inverse problem of elastic-plastic deformation of a free thick-walled cylindrical shell taking into account the nonlinear law of hardening // *Problems of Strength and Plasticity*. 2024. № 86. P. 259–269.
<https://doi.org/10.32326/1814-9146-2024-86-3-259-269>
 38. *Smirnov-Alyayev G.A.* Theory of auto-bonding of cylinders. M.: Oborongiz, 1940. 284 p.
 39. *Troiano E., Underwood J.H., Parker A.P.* Finite Element Investigation of Bauschinger Effect in High-Strength A723 Pressure Vessel Steel // *Journal of Pressure Vessel Technology*. 2006. № 128. P. 185–189.
<https://doi.org/10.1115/1.2172616>